

Filter

**Adam Cooman
Hannes Maes**

Inhoudsopgave

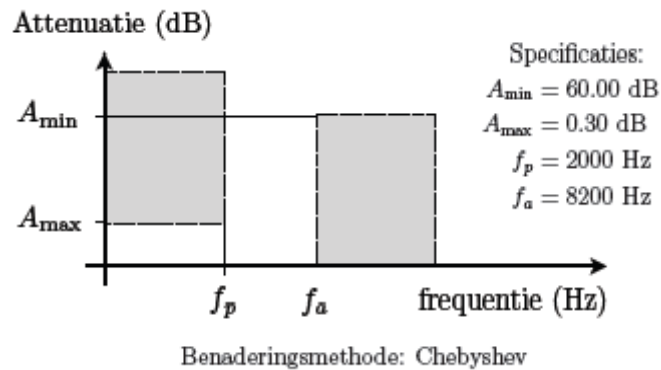
Deel 1: Actief Filter.....	3
Inleiding.....	4
Opstellen transferfunctie.....	4
De Sallen-Key sectie.....	6
Theoretisch.....	6
Cascadering van de secties.....	7
Gevoeligheidsstudie.....	8
Bouw van het filter.....	8
Simulaties in NI Multisim 10.....	10
Resultaten.....	11
Deel 2: Passief filter.....	12
Inleiding.....	13
Aanpassingen Gabarit.....	14
Symmetrisch maken.....	14
Verstrengen.....	15
Bepalen van de transferfunctie.....	16
Butterworth benadering toepassen.....	16
Laagdoorlaat-Banddoorlaat transformatie.....	18
Bepalen van de Z parameters.....	20
Controle voor de Z parameters.....	23
Predistortie.....	24
Bepalen van de dissipatiefactor.....	25
Cauer synthese.....	27
Controlemechanisme voor het gesynthetiseerde netwerk.....	28
Bepalen van de Cauerfactor.....	29
Frequentiedenormalisatie.....	30
Resultaat in MATLAB.....	31
Bouwen van het filter.....	32
Simulatie in NI Multisim 10.....	33
Resultaten.....	34
Appendices.....	36
Appendix 1.....	36
Appendix 2.....	36
Appendix 3.....	37
Bronnen.....	37

Deel 1: Actief Filter

Inleiding

De eerste opdracht bestond in het synthetiseren van een actief filter. Hierbij werd er uitgegaan van een benaderingsmethode en specificaties die in de opgave uit afbeelding 1 worden weergegeven.

Allereerst werd de transferfunctie en polenligging bepaald aan de hand van de Chebyshev-benaderingsmethode, ook werd het gabarit verstrengd. Vervolgens werden de polen gerealiseerd aan de hand van één eerste- en twee tweede orde secties. Daarna werd er een gevoeligheidsstudie van de kwaliteitsfactor (Q) en pulsatie van de polen (ω_0) ten opzichte van de verschillende componenten uitgevoerd. Hierna werd de verkregen schakeling gesimuleerd met behulp van NI Multisim 10. Tenslotte werd de filter gebouwd en uitgemeten. De resultaten zijn terug te vinden op het einde van dit deel.



Afbeelding 1: Opdracht voor het actief filter

Opstellen transferfunctie

De opgelegde benaderingsmethode is de Chebyshev-benaderingsmethode. De orde van een transferfunctie van een filter, benaderd met de Chebyshev-methode wordt gegeven door (1) :

$$n = \frac{\argch\left(\frac{\sqrt{10^{-A_s/10} - 1}}{\sqrt{10^{-A_d/10} - 1}}\right)}{\argch(1/k)} \quad k = \frac{\omega_d}{\omega_s} \quad \argch(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}) \quad (1)$$

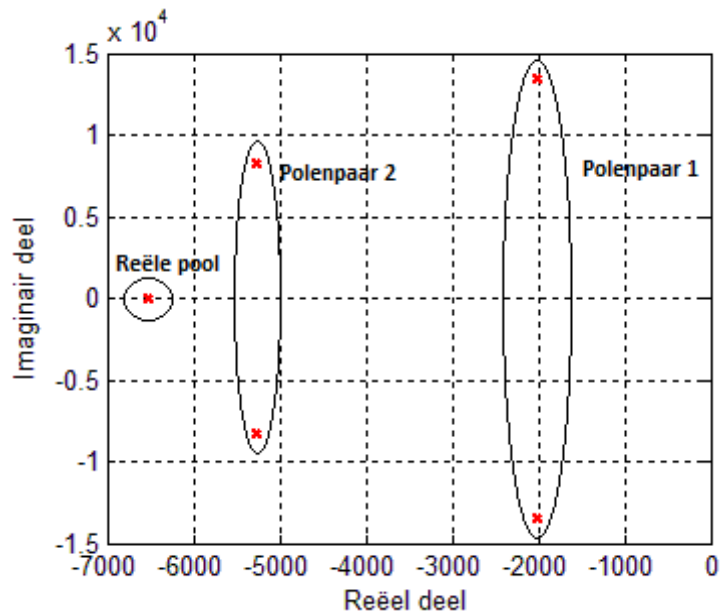
Voor de opgegeven specificaties geeft dit een n van 4.21. Omdat n naar boven afgerond wordt kan het gabarit verstrengd worden zonder de orde van het filter te verhogen. Dit geeft later meer speling bij het afregelen van het filter. Het strenger gabarit heeft een A_d van -0.12 dB en een A_s van -70 dB.

Dit geeft een n van 4.97 die afgerond wordt naar 5. De polenligging voor een laagdoorlaatfilter benaderd met de Chebyshev-methode wordt gegeven door (2)¹:

$$T(p) = \begin{cases} \frac{\prod_{m=0}^{n/2-1} |p_m|^2}{\prod_{m=0}^{n/2-1} (p^2 - 2 \Re(p_m) p + |p_m|^2)} & \left\{ \begin{array}{l} \Re(p_m) = \omega_d \operatorname{sh}(a) \sin\left(\frac{2m+1}{2n} \pi\right) \\ \Im(p_m) = \omega_d \operatorname{ch}(a) \cos\left(\frac{2m+1}{2n} \pi\right) \\ a = \frac{1}{n} \operatorname{argsh}(1/\epsilon) \\ \operatorname{argsh}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) \end{array} \right. \\ \frac{(-p_{(n-1)/2}) \prod_{m=0}^{(n-3)/2} |p_m|^2}{(p - p_{(n-1)/2}) \prod_{m=0}^{(n-3)/2} (p^2 - 2 \Re(p_m) p + |p_m|^2)} \end{cases} \quad (2)$$

1 Bron: 'Netwerken en Filters Deel II: Synthese' Hoofdstuk 2 betrekking 30

Dit resulteert in de polenligging weergegeven in afbeelding 2.



Afbeelding 2: Polenligging bepaald met Chebyshev methode

Er zijn dus twee complex toegevoegde polenparen en een pool op de reële as. Later zullen de kwaliteitsfactor (Q) en de pulsatie (ω_0) van de polenparen een belangrijke rol spelen. Voor een pool p_m kunnen ze gedefinieerd worden als

$$Q = -\frac{|p_m|}{2 \Re(p_m)} \quad \omega_0 = |p_m| \quad (3)$$

Voor de bekomen polenligging geeft dit de volgende Q en ω_0 :

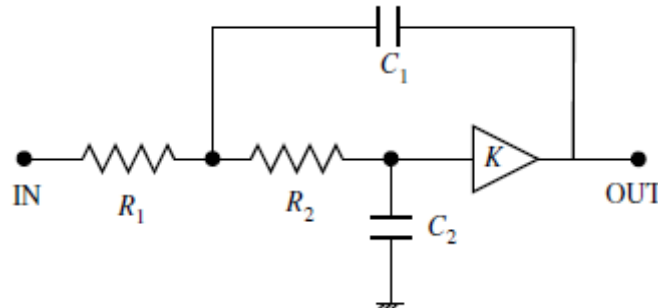
	Polenpaar 1	Polenpaar 2	Reële pool
Q	3,38	0,93	0,5
ω_0 [rad/s]	$1,361 \cdot 10^4$	$0,984 \cdot 10^4$	$0,651 \cdot 10^4$

De twee polenparen worden verwezenlijkt met Sallen en Key secties. De reële pool met een eerste orde sectie. Om de juiste waarden voor de weerstanden en capaciteiten in die secties te bepalen wordt eerst de Sallen-Key sectie uitvoerig besproken.

De Sallen-Key sectie

Theoretisch

De Sallen-Key uitvoering van een 2e orde laagdoorlaat filter zonder transmissienullen is



Afbeelding 3: Sallen en Key sectie

De transferfunctie van zo een sectie wordt gegeven door (4)

$$T(p) = \frac{K}{R_1 C_1 R_2 C_2 p^2 + [(R_1 + R_2) C_2 + R_1 C_1 (1 - K)] p + 1} \quad (4)$$

Volgens de argumentatie in 'Netwerken en Filters Deel II: Synthese'³ is de gevoeligheid op K zeer groot. Daarom wordt K gelijk aan 1 gekozen, dit wordt gerealiseerd door middel van een spanningsbuffer. De transferfunctie wordt dan

$$T(p) = \frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2 p^2 + (R_1 + R_2) C_2 p + 1} \quad (5)$$

Deze heeft de vorm van

$$T(p) = \frac{1}{\frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{1}{Q} \frac{p}{\omega_0} + 1} \quad \text{met} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}} \quad \text{en} \quad Q = \frac{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}}{(R_1 + R_2) C_2} \quad (6)$$

Omdat regelbare weerstanden gemakkelijker zijn om mee te werken worden de weerstandswaarden in functie van de capaciteitswaarden, Q en ω_0 bepaald. Eerst wordt R_1 uit de betrekking voor ω_0 (6b) gehaald en ingevuld in de betrekking voor Q (6c). Dit geeft de volgende vierkantsvergelijking:

$$Q \omega_0 C_2 R_2^2 - R_2 + \frac{Q}{C_1 \omega_0} = 0 \quad (7)$$

Er worden geen imaginaire oplossingen toegelaten omdat er van weerstanden wordt uitgegaan, de discriminant moet dus positief zijn. Dit levert de volgende voorwaarde op de capaciteitswaarden op:

$$D = 1 - 4Q^2 \frac{C_2}{C_1} \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{C_2}{C_1} \leq \frac{1}{4Q^2} \quad (8)$$

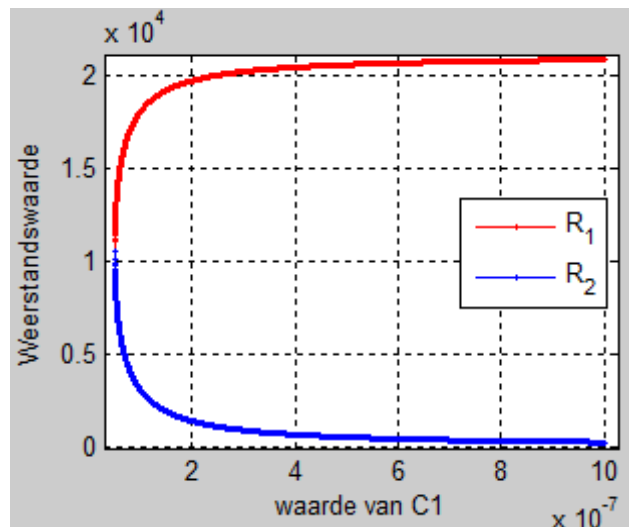
Als aan die voorwaarde voldaan is, bekomt men de volgende uitdrukkingen voor R_1 en R_2

$$R_2 = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4Q^2 C_2 / C_1}}{2Q \omega_0 C_2} \quad R_1 = \frac{1}{C_1 C_2 \omega_0^2 R_2} \quad (9)$$

² Bron: 'Netwerken en Filters Deel II: Synthese' Hoofdstuk 5 betrekking 48

³ Zie gevoeligheidsstudie pagina 48

De som van de weerstandswaarden is gelijk aan $1/(Q\omega_0 C_2)^4$ en is enkel afhankelijk van de ligging van de polen (zie (3)) en van C_2 . Daarom wordt C_2 vast genomen en zo gekozen dat de som van de weerstanden rond $20\text{k}\Omega$ ligt en wordt de oplossing voor R_1 en R_2 beschouwd in functie van C_1 . Dit wordt weergegeven in afbeelding 4



Afbeelding 4: R_1 en R_2 in functie van C_1 bij een vaste C_2

Bij het simuleren werd waargenomen dat wanneer het ander teken gekozen wordt in de betrekking voor R_2 , de waarden van R_1 en R_2 simpelweg omwisselen. Het is dus mogelijk om te kiezen welke weerstandswaarde waar in de sectie geplaatst wordt. Bij beide secties werd gekozen om als grootste weerstandswaarde R_2 te kiezen. Zoals verderop in de gevoeligheidsstudie wordt aangetoond, heeft de grootste weerstand de grootste gevoeligheid.

Als de waarde van C_1 dicht in de buurt van $4Q^2 C_2$ (links op de afbeelding) ligt, zijn de curven voor de weerstanden zeer stijl. Kleine variaties van de capaciteit C_1 zullen dan grote variaties in de weerstanden vereisen om het polenpaar horende bij de sectie niet van plaats te laten veranderen. Daarom wordt C_1 best gekozen in een gebied waar de afgeleide aan de weerstandscurven niet te groot is. Bij grote waarden van C_1 wordt een van de weerstanden zeer klein, terwijl best met waarden in het $\text{k}\Omega$ gebied gewerkt wordt. C_1 zal dus ook niet te groot mogen zijn.

Cascadering van de secties

Door de spanningsbuffer te plaatsen aan de uitgang van de Sallen-Key secties kan verondersteld worden dat de uitgang een ideale spanningsbron is. In dat geval kunnen de secties gecascadeerd worden zonder dat ze invloed van elkaar ondervinden. Het enige dat dan nog overblijft is de keuze van de volgorde van cascadering. Hiervoor geldt de volgende vuistregel:

Klein ingangssignaal: secties cascaderen van hoogste naar laagste Q-factor.

Groot ingangssignaal: secties cascaderen van laagste naar hoogste Q-factor.

Omdat de grootte van het aangelegd signaal zelf kon gekozen worden werd er weinig rekening gehouden met de volgorde. De secties zijn nu volgens dalende kwaliteitsfactor geplaatst, wat ideaal zou zijn voor kleine ingangssignalen.

4 Zie Appendix 1 voor de volledige uitwerking

Gevoeligheidsstudie

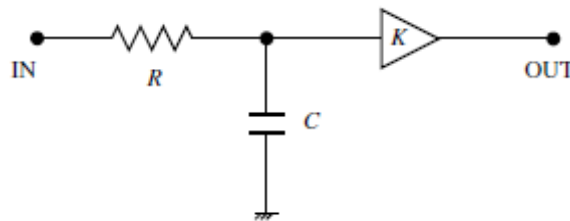
Om na te gaan welke componenten het best moesten worden afgeregeld, werd er een gevoeligheidsstudie gedaan. Er werd nagegaan wat de gevoeligheid van de verschillende weerstands- en capaciteitswaarden op ω_0 en Q was. Het resultaat is het volgende⁵:

$$S_{\omega_0}^{R_1} = -\frac{1}{2} \quad S_{\omega_0}^{R_2} = \frac{1}{2} \quad S_{\omega_0}^{C_1} = \frac{1}{2} \quad S_{\omega_0}^{C_2} = -\frac{1}{2} \quad (10)$$

$$S_Q^{R_1} = \left(\frac{1}{2} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) \quad S_Q^{R_2} = \left(\frac{1}{2} + \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) \quad S_Q^{C_1} = \frac{1}{2} \quad S_Q^{C_2} = -\frac{1}{2} \quad (11)$$

Zoals men kan zien is de gevoeligheid van Q ten opzichte van de weerstanden groter dan de gevoeligheid ten opzichte van de capaciteiten. De gevoeligheid van ω_0 is dezelfde ten opzichte van weerstanden en capaciteiten. Omdat de waarde van de weerstanden berekend wordt in functie van de opgemeten capaciteiten, die zeer nauwkeurig bepaald kunnen worden, kan zeer nauwkeurig gewerkt worden.

Er werd ook nog een eerste orde sectie gebruikt.



Afbeelding 5: Eerste orde sectie

Ook hier wordt een gevoeligheidsstudie op uitgevoerd:

$$\omega = 1/RC$$

$$S_{\omega}^R = -1 \quad S_{\omega}^C = -1 \quad (12)$$

De gevoeligheid van de eerste orde sectie is duidelijk hoger. De componenten van deze sectie zullen dus nauwkeuriger moeten afgeregeld worden dan de componenten van de tweede orde secties.

Bouw van het filter

Ons filter is een 5de orde filter. Er zullen dus twee Sallen en Key secties nodig zijn. En een eerste orde sectie. De overeenkomende Q en ω zijn:

Voor sectie 1: $Q = 3,38$ en $\omega = 1,3610 \cdot 10^4$

Voor sectie 2: $Q = 0,93$ en $\omega = 0,98477 \cdot 10^4$

Met de overwegingen die gemaakt werden in het stuk over de Sallen en Key sectie werden de capaciteits- en weerstandswaarden bepaald. Omdat de bekomen capaciteitswaarden niet beschikbaar waren werden er waarden genomen in de buurt van de theoretisch bepaalde waarde. Na uitmeten werden de volgende waarden vastgesteld:

	Sectie 1	Sectie 2	Eerste orde sectie
C_1	1,0028nF	4,738nF	10,06nF
C_2	47,21nF	22,04nF	

⁵ Zie Appendix 2 voor de volledige uitwerking

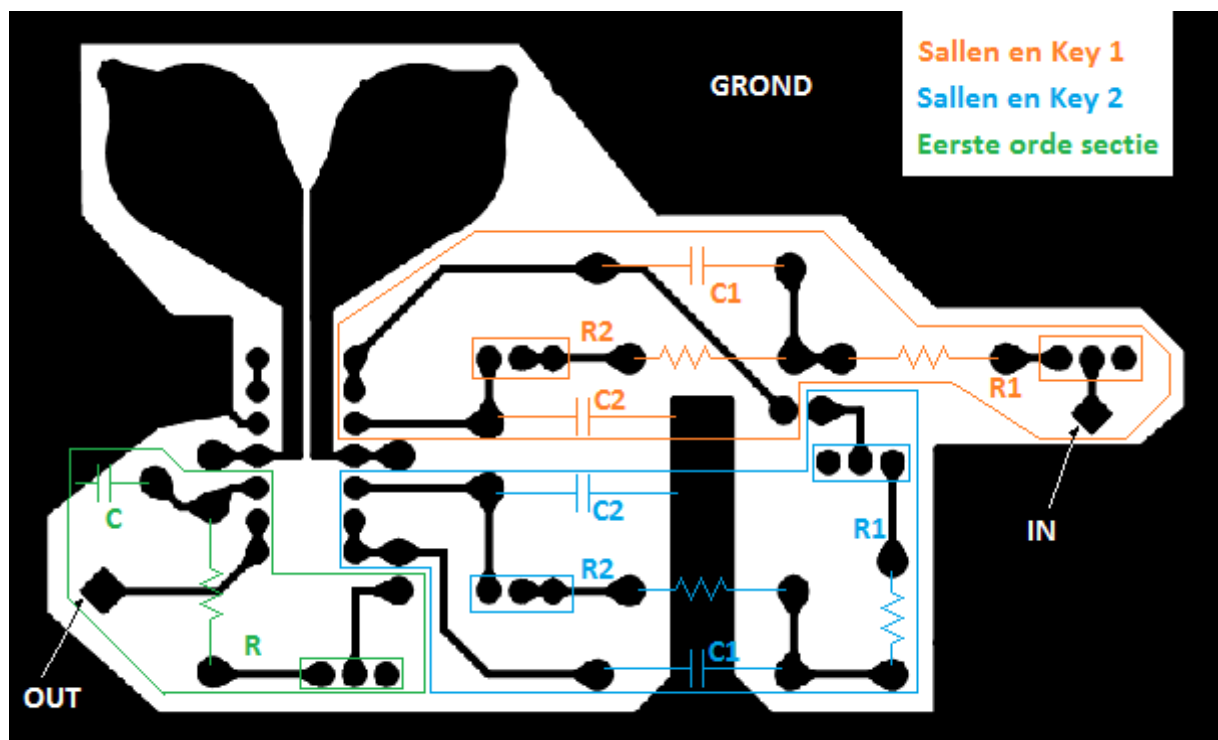
Met de gekozen C_1 en C_2 zijn de waarden voor de weerstanden gekend. Deze waarden moeten nauwkeurig kunnen worden afgeregeld, daarom worden de weerstanden telkens gesplitst in een vaste weerstand en een trimmer. De waarde van de vaste weerstand werd gemeten om de waarde te kennen waarop de trimmers afgeregeld moesten worden.

	Sectie 1	Sectie 2	Eerste orde sectie
R1 te verwezenlijken	9,002k Ω	5,744k Ω	15,277k Ω
Vaste weerstand R1	6,827k Ω	2,997k Ω	11,765k Ω
Trimmer R1	2,175k Ω	2,747k Ω	3,512k Ω
R2 te verwezenlijken	12,664k Ω	17,191k Ω	
Vaste weerstand R1	9,865k Ω	14,99k Ω	
Trimmer R2	2,799k Ω	2,201k Ω	

De trimmers werden afgeregeld en dan voorzichtig in de schakeling gesoldeerd.

In de uitvoering van de filterschakeling op printplaat werd een aardingsvlak gebruikt en werden de voedingslijnen zo dicht mogelijk tegen elkaar gelegd om geen storingen op te vangen. Daarnaast werd de voeding gestabiliseerd aan de hand van ont-koppelcapaciteiten. Twee grote capaciteiten werden tussen de voedingen en de aarding geplaatst en een tussen de beide voedingen. Daarnaast werden er vlak naast de voedingspootjes van de opamp twee kleinere ont-koppelcapaciteiten geplaatst.

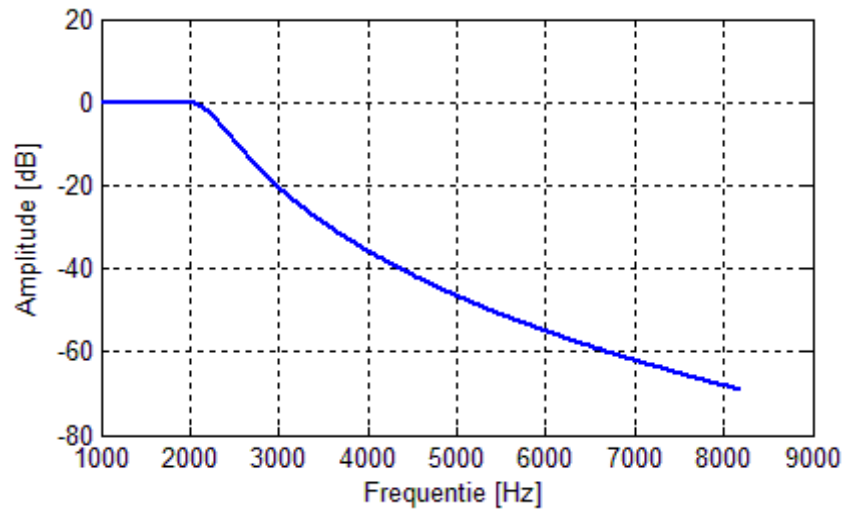
Om de aparte secties te kunnen afregelen en controleren werden er tussen de verschillende Sallen en Key secties jumpers geplaatst.



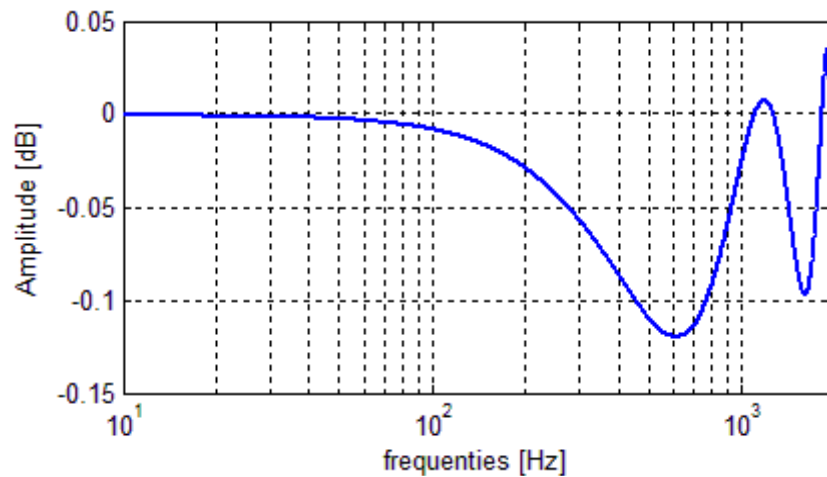
Afbeelding 6: Copper top laag van het PCB met schematische voorstelling van de componenten die erop moesten komen

Simulaties in NI Multisim 10

Om de berekeningen te controleren werd de schakeling getekend in NI Multisim 10 en werd een simulatie uitgevoerd van het filter. In de resultaten is het duidelijk te zien dat de specificaties gehaald worden. Opmerkelijk is de opslinging rond het begin van de stopband. De reden hiervoor valt te zoeken bij de gebruikte operational amplifiers.



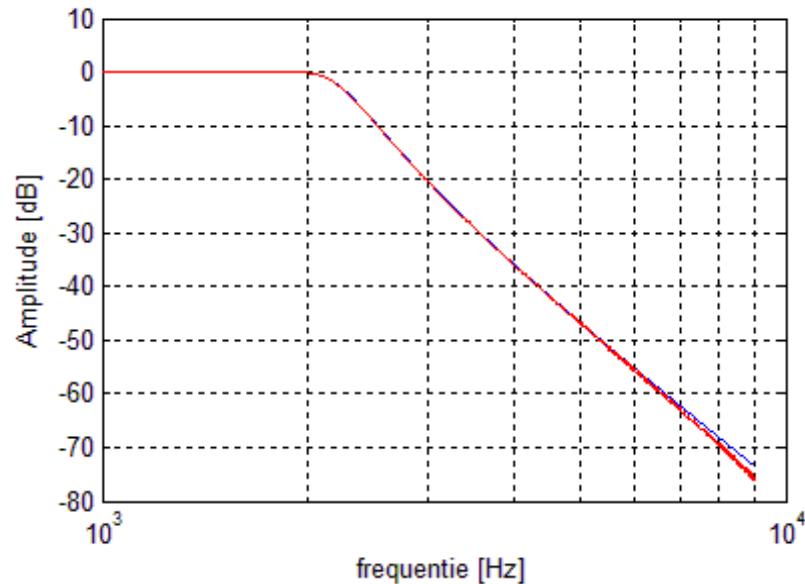
Afbeelding 7: De volledige amplitudekarakteristiek



Afbeelding 8: De doorlaatband

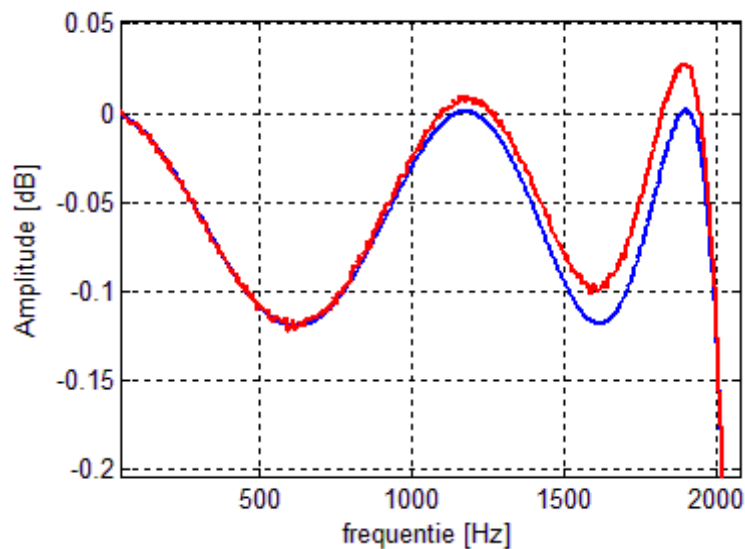
Resultaten

Na het synthetiseren van het filter volgde de meting. De resultaten hiervan worden weergegeven in afbeelding 9 en 10.



Afbeelding 9: Volledige band

De attenuatie bij 8200 Hz is -70 dB, waar -60 dB was opgelegd, dit valt dus ruim binnen het gabarit. Om de rimpel en stopfrequentie te controleren wordt ingezoomd op de doorlaatband:



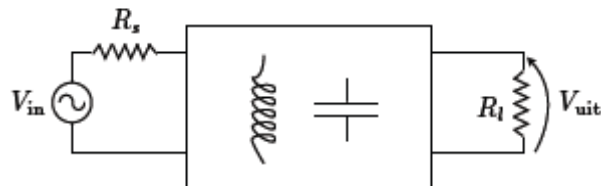
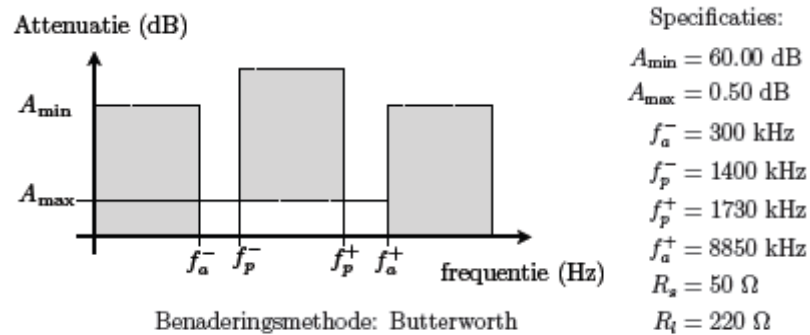
Afbeelding 10: Doorlaatband

Bij 2 kHz is de attenuatie -0.12 dB, dit valt ook ruim binnen de opgegeven -0.3 dB, de rimpel in de doorlaatband is 0.145 dB, opnieuw wordt voldaan aan de opgelegde specificaties. Het filter valt dus volledig binnen het gabarit.

Deel 2: Passief filter

Inleiding

Alvorens de details van de synthese van de passieve filter van derde categorie te bespreken, wordt er een kort overzicht gegeven van de gehanteerde werkwijze. Op deze manier heeft de lezer een overzicht van de verschillende stappen die werden overlopen om tot het filter te komen. De opgave wordt weergegeven in afbeelding 11.



Afbeelding 11: De opdracht

Uit praktische overwegingen werd er uitgegaan van een verstrengd en symmetrisch gabarit ten opzichte van de het opgegeven gabarit. De reden voor het symmetrisch maken van het gabarit is dat er zal worden uitgegaan van een laagdoorlaat filter en dat deze later getransformeerd zal worden naar een symmetrisch banddoorlaatfilter. De verstrenging van het gabarit werd ingevoerd om meer foutenmarge toe te staan bij de praktische realisatie van het filter.

De volgende stap bestond erin de transferfunctie van de tweepoort te bepalen. Hiervoor werd de Butterworth benaderingsmethode gebruikt zoals gevraagd in de opgave. Omdat deze benaderingsmethode ontwikkeld is voor een frequentie genormaliseerd laagdoorlaatfilter was dit ook het soort filter waar bij het bepalen van deze transferfunctie van werd uitgegaan.

De frequentienormalisatie zou pas helemaal op het einde worden uitgevoerd, de transformatie van een laagdoorlaatfilter naar een banddoorlaatfilter was de volgende stap in het proces. De reden dat deze transformatie al in deze fase van de synthese werd uitgevoerd en niet pas na de latere stappen wordt later besproken.

Tot deze fase van de synthese werd er nog geen rekening gehouden met het feit dat het om een filter van derde categorie ging. Dit gemak kon natuurlijk niet blijven duren. Het volgende deel van het proces bestond uit het bepalen van de Z-parameters wat normaal een relatief eenvoudige onderneming is maar wat bij het derde categorie filter verschillende extra moeilijkheden en keuzes met zich meebrengt. Verder werd er ook nog een controle toegevoegd om na te gaan of de Z-parameters correct bepaald waren. De methode die wordt besproken in 'Network Synthesis' werd ook analytisch uitgewerkt waardoor een deel van de uitwerking op een exacte manier gecontroleerd kon worden.

Omdat deze werkelijke wereld vol niet-idealiteiten zit die in een normale synthese niet worden opgemerkt moest er predistortie worden toegepast op de polen van de transferfunctie. Op deze manier werden de niet-idealiteiten van de componenten in rekening gebracht en zou het uiteindelijk ontwikkelde filter toch voldoen aan de theoretisch verwachte specificaties. Een extra moeilijkheid die kwam kijken bij het invoeren van deze predistortie schuilde in de serie -en parallelweerstand die door het invoeren van de predistortie werden toegevoegd aan het netwerk. Zoals geweten zijn weerstanden actieve elementen die dus vermogen dissiperen. Dit moest in rekening gebracht worden, de manier waarop wordt later besproken.

Eens de Z-parameters bepaald waren en de predistortie was toegevoegd moest het werkelijke LC-laddernetwerk gesynthetiseerd worden. Hiervoor werd de Cauer synthese gebruikt. Ook hier werd een controle toegevoegd om na te gaan of deze synthese een correct resultaat teruggaf. De grootste moeilijkheid die hierbij kwam kijken bestond opnieuw uit het bepalen van een factor die later in dit verslag uitvoerig aan bod zal komen.

Eens deze synthese was gecontroleerd en goedgekeurd, konden de parasitaire serie -en parallelweerstand aan de spoelen en capaciteiten worden toegevoegd. Hierna werd het transfergedrag van dit netwerk aan de hand van het CAD-programma 'NI Multisim 10' gesimuleerd. Eerst werd het gefrequentiege-normaliseerd netwerk gesimuleerd, nadat dit het verwachte resultaat gaf, werd de frequentienormalisatie uitgevoerd hetgeen ook een correct resultaat gaf.

De laatste stap die nog ontbrak was het werkelijke bouwen van het filter. Hiervoor moesten de spoelen met de hand gewikkeld worden. Dit had als gevolg dat de spoelen natuurlijk niet exact de kwaliteitsfactor haalden die bij de predistortie werd meegegeven. Hierdoor moesten de waarden van de componenten nog enkele malen worden aangepast maar ook dit wordt later uitvoerig besproken. Uiteindelijk werd het filter dan uitgemeten en het resultaat hiervan kan de lezer helemaal op het einde van dit verslag terugvinden.

De besproken stappen komen nu uitgebreid aan bod.

Aanpassingen Gabarit

Symmetrisch maken

De opdracht bestond erin een banddoorlaatfilter te ontwerpen aan de hand van de Butterworth benaderingsmethode. De Butterworth methode geeft echter een laagdoorlaatfilter. De manier om van laagdoorlaat naar banddoorlaat te gaan is met een transformatie die later toegepast wordt. Deze transformatie behoudt de selectiviteit en de rimpel van het filter als het een symmetrisch banddoorlaatfilter is. Het opgegeven gabarit moet dus eerst symmetrisch gemaakt worden alvorens de rimpel en selectiviteit kunnen bepaald worden. Voor een symmetrisch gabarit geldt de volgende gelijkheid:

$$f_{d_2} f_{d_1} = f_{s_2} f_{s_1} = f_c^2 \quad f_c \text{ is de centerfrequentie van het filter} \quad (13)$$

Voor de gegeven opdracht wordt het volgende bekomen:

$$f_{d_2} f_{d_1} = 1400 * 1730 * 10^6 = 2422 * 10^9$$

$$f_{s_2} f_{s_1} = 300 * 8850 * 10^6 = 2655 * 10^9$$

Dit voldoet niet aan de voorwaarde (13). Het gabarit kan enkel strenger gemaakt worden om aan de symmetrievoorwaarde te voldoen, daarom kan enkel f_{s1} , of f_{s2} kleiner gemaakt worden. Omdat $f_{d2} f_{d1}$ kleiner is dan $f_{s1} f_{s2}$ wordt f_{s2} verlaagd totdat $f_{s2} = f_{d2} f_{d1} / f_{s1}$.

Het nieuwe symmetrisch gabarit ziet er dus als volgt uit:

$$f_{s_1} = 300 * 10^3 \text{ Hz} \quad f_{d_1} = 1400 * 10^3 \text{ Hz} \quad f_{d_2} = 1730 * 10^3 \text{ Hz} \quad f_{s_2} = 8073,33 * 10^3 \text{ Hz}$$

Verstrengen

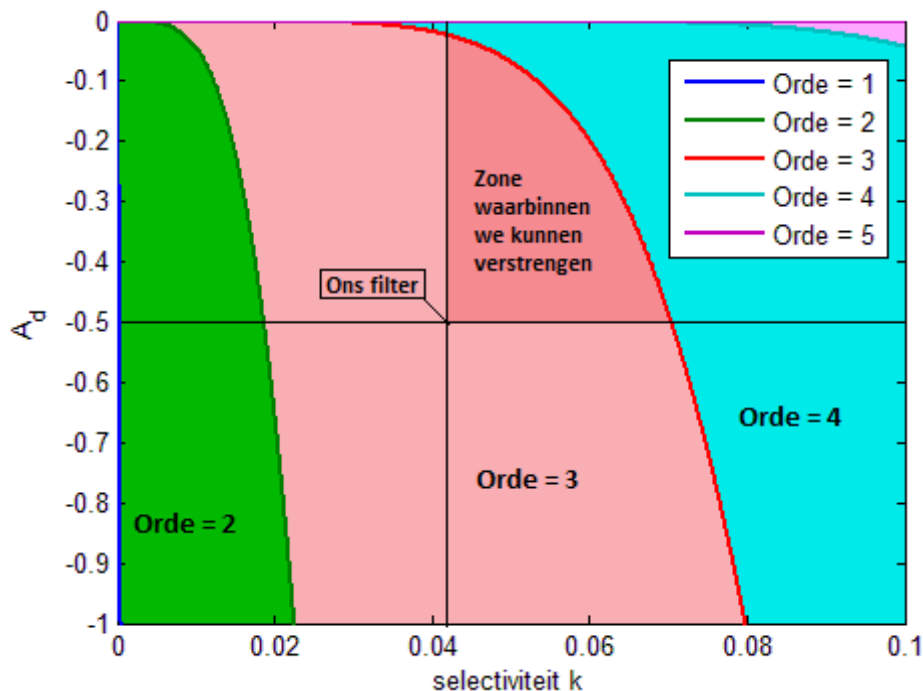
Voor een Butterworth filter wordt de orde bepaald door de volgende betrekking:

$$n = \log \left(\frac{\sqrt{10^{-A_s^{dB}/10} - 1}}{\sqrt{10^{-A_d^{dB}/10} - 1}} \right) / \log(1/k) \quad \text{met selectiviteit} \quad k = \frac{f_{d_2} - f_{d_1}}{f_{s_2} - f_{s_1}} \quad (14)$$

Als de orde berekend wordt met de selectiviteit die volgt uit het symmetrisch gabarit wordt 2.51 bekomen. Omdat enkel met een gehele orde kan gewerkt worden, wordt dit getal naar 3 afgerond. Het is dus mogelijk om het opgegeven gabarit strenger te maken zonder de orde van de filter die moet gerealiseerd worden te verhogen. Het voordeel hiervan is dat het filter dan niet zo streng moet afgeregeld worden om binnen de oorspronkelijke specificaties te vallen. Als men de betrekking voor de orde oplost naar A_d bekomt men het volgende:

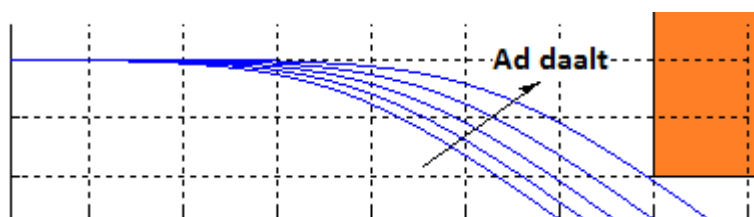
$$A_d^{dB} = -10 \log_{10} [k^{2n} (10^{-A_s^{dB}/10} - 1) + 1] \quad (15)$$

Neem A_s vast op -60 dB. Voor $n=1,2,3,\dots$ kan A_d uitgezet worden in functie van k . De lijnen die bekomen worden bakenen gebieden af in het A_d, k -vlak. Het opgegeven filter stelt een punt voor in dat A_d, k -vlak, en omdat er links van de ordelijnen moet gebleven worden, ontstaat er een zone in dat A_d, k -vlak waarbinnen het gabarit verstrengd kan worden zonder de orde te veranderen.



Afbeelding 12: Het A_d - k vlak voor $A_s = -60$ dB

Omdat de polenligging enkel afhangt van de rimpel, en dus enkel van A_d , wordt enkel de rimpel verstrengd. Voor waarden van de rimpel die dicht bij de ordelijnen liggen komt de karakteristiek dicht in de buurt van de stopspecificaties (zie afbeelding 13). Daarom wordt gekozen voor $A_d = -0.2$ dB.



Afbeelding 13: Variërende rimpel

Bepalen van de transferfunctie

Omdat het gabarit nu symmetrisch is, kan een laagdoorlaatequivalent opgesteld worden met dezelfde selectiviteit en rimpel als de banddoorlaatfilter. Vervolgens kan de laagdoorlaat-banddoorlaat transformatie toegepast worden.

Butterworth benadering toepassen

De polen van een frequentiegenormaliseerd Butterworth laagdoorlaatfilter liggen op een halve cirkel in het linkerhalfvlak met straal $1/\varepsilon^{1/n}$ waar ε de rimpel van het filter is. Door het product te nemen van de $(p-p_m)$ waar p_m de m^{de} pool is over alle polen kunnen de veeltermen in teller en noemer van de transferfunctie in variabele p opgesteld worden:

$$T(p) = \frac{\prod_{m=0}^{n-1} (-p_m)}{\prod_{m=0}^{n-1} (p-p_m)} \quad p_m = \frac{j}{\varepsilon^{1/n}} e^{\frac{2m+1}{2n}\pi j} \quad \varepsilon = \sqrt{10^{-A_d^{dB}/10} - 1} \quad (16)$$

Implementeren van deze formule in MATLAB gaf, door onnauwkeurigheden, coëfficiënten met een klein imaginair deel. In plaats van gewoon het reëel deel te nemen van de coëfficiënten en misschien fouten te maken, werd opnieuw naar de polenligging gekeken. De polen met index m en met index $n-m$ zijn complex toegevoegd:

$$p_m = \frac{j}{\varepsilon^{1/n}} e^{\frac{2m+1}{2n}\pi j} \quad p_{n-m} = \frac{j}{\varepsilon^{1/n}} e^{\frac{2(n-m)+1}{2n}\pi j} = \frac{j}{\varepsilon^{1/n}} e^{\pi - \frac{2m+1}{2n}\pi j} = \frac{-j}{\varepsilon^{1/n}} e^{-\frac{2m+1}{2n}\pi j} = \overline{p_m} \quad (17)$$

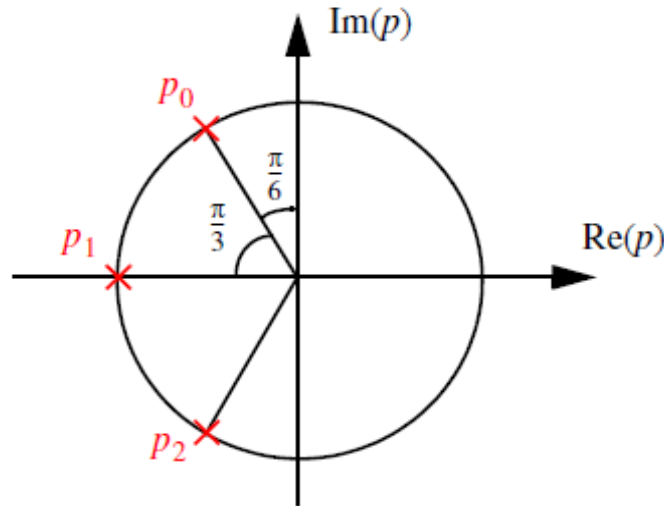
De complex toegevoegde polen worden nu samengenomen in het product. Voor een even aantal polen geeft dit

$$T(p) = \frac{\prod_{m=0}^{n/2-1} (-p_m)(-p_{n-m})}{\prod_{m=0}^{n/2-1} (p-p_m)(p-p_{n-m})} \quad (18)$$

Algemeen geeft één term van het product het volgende:

$$\begin{aligned} &\text{schrijf } p_m \text{ als } a+bi \\ (p-p_m)(p-\overline{p_m}) &= (p-(a+bi))(p-(a-bi)) = (p^2 - 2pa + a^2 + b^2) \\ (p_m)(\overline{p_m}) &= (a+bi)(a-bi) = a^2 + b^2 = r^2 \end{aligned} \quad (19)$$

Toegepast op een geval met de Butterworth polenligging, waar de polen op een cirkel liggen met straal $1/\varepsilon^{1/n}$ geeft dit dan



Afbeelding 14: Polenligging bij een derde orde Butterworth filter

$$a^2 + b^2 = \left(\frac{1}{\varepsilon^{1/n}}\right)^2 = r^2 \quad (\text{in geval van frequentiegenormaliseerd filter } \omega_d=1)$$

$$a = \Re[p_m] = \Re\left[\frac{1}{\varepsilon^{1/n}} e^{\frac{\pi}{2} + \frac{2m+1}{2n}\pi j}\right] = r \cos\left[\left(\frac{1}{2} + \frac{2m+1}{2n}\right)\pi\right] \quad (20)$$

Als de orde even is en er dus enkel complex toegevoegde polenparen zijn wordt het volgende resultaat bekomen:

$$T(p) = \frac{\prod_{m=0}^{n/2-1} r^2}{\prod_{m=0}^{n/2-1} (p^2 - 2pa + r^2)} \quad (21)$$

Als de orde oneven is ligt er een enkelvoudige pool op de reële as in het punt $-1/\varepsilon^{1/n}$. Dat punt wordt dan gewoon toegevoegd aan het product. Het uiteindelijke resultaat is

$$T(p) = \begin{cases} \frac{r^n}{\prod_{m=0}^{n/2-1} (p^2 - 2ra_m p + r^2)} & \text{voor } n \text{ even} \\ \frac{r^n}{(p+r) \prod_{m=0}^{(n-3)/2} (p^2 - 2ra_m p + r^2)} & \text{voor } n \text{ oneven} \end{cases} \quad (22)$$

$$a_m = \cos\left[\left(\frac{1}{2} + \frac{2m+1}{2n}\right)\pi\right]$$

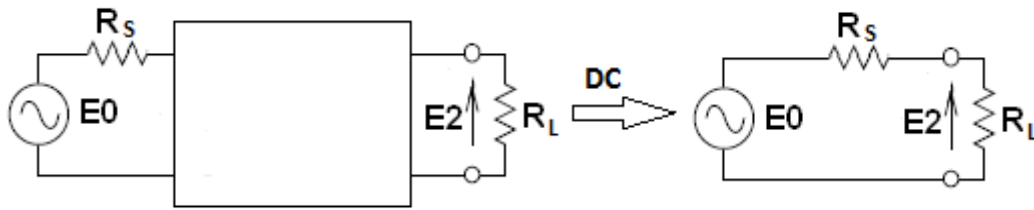
$$r = \varepsilon^{-1/n}$$

Omdat hier enkel met reële getallen gewerkt wordt, zal het probleem met de imaginaire coëfficiënten niet optreden. In het opgelegde geval van een derde orde laagdoorlaatfilter geeft de Butterworth benaderingsmethode de volgende transferfunctie⁶:

$$T(p) = \frac{1}{\varepsilon p^3 + 2\varepsilon^{2/3} p^2 + 2\varepsilon^{1/3} p + 1} \quad (23)$$

⁶ Zie Appendix 3 voor de uitwerking

Deze transferfunctie heeft bij DC-spanning een amplitude van 1. Bij het derde categorie probleem is dit echter niet mogelijk.



Afbeelding 15: Derde categorie met laagdoorlaatfilter bij DC

De waarde van de transferfunctie bij DC wordt gegeven door een spanningsdeler, bepaald door de twee weerstanden:

$$T(0) = \frac{E_2}{E_0} = \frac{R_L}{R_S + R_L} \quad (24)$$

Om aan die gelijkheid te voldoen moet dus de transferfunctie vermenigvuldigd worden met de weerstandsdeler. Op die manier wordt de volgende transferfunctie bekomen die later zal gerealiseerd worden⁷.

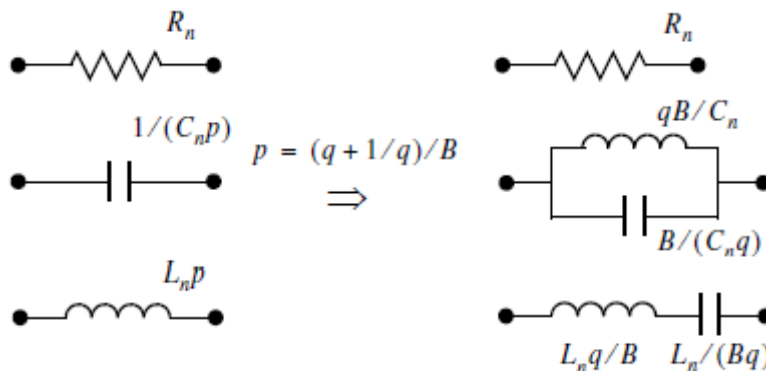
$$T(p) = \frac{R_L / (R_S + R_L)}{\varepsilon p^3 + 2\varepsilon^{2/3} p^2 + 2\varepsilon^{1/3} p + 1} \quad (25)$$

Laagdoorlaat-Banddoorlaat transformatie

Op de transferfunctie (25) wordt nu de laagdoorlaat-banddoorlaat transformatie toegepast. Dit komt overeen met de volgende substitutie⁸

$$p = \frac{1}{B} \left(s + \frac{1}{s} \right) \quad \text{met} \quad B = \frac{f_{d_2} - f_{d_1}}{\sqrt{f_{d_2} f_{d_1}}} \quad (26)$$

Zonder predistortie zou het mogelijk zijn om verder te werken met de transferfunctie van de laagdoorlaatfilter, op die transferfunctie de Caer synthese toe te passen en daarna de laagdoorlaat-banddoorlaat transformatie toe te passen door de spoelen en capaciteiten op de volgende manier te vervangen:



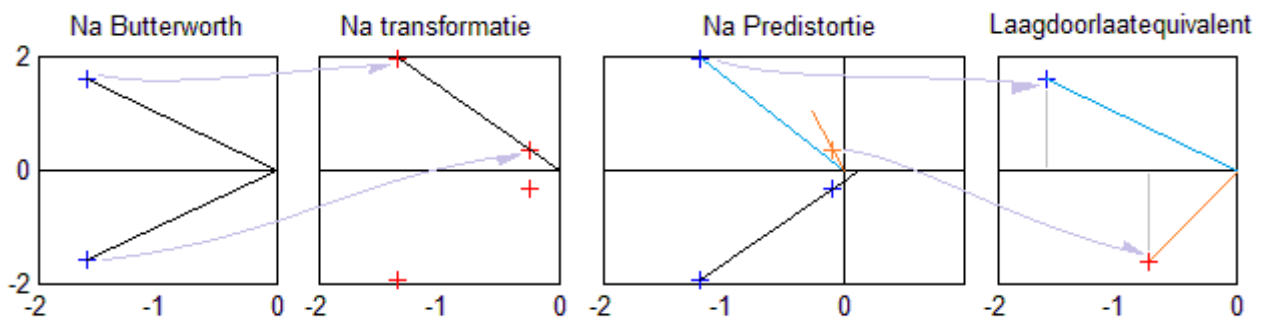
Afbeelding 16: Laagdoorlaat - Banddoorlaattransformatie

⁷ Later worden er nog twee constante factoren aan de teller toegevoegd, zie 'Bepalen van de dissipatiefactor' en 'Bepalen van de Caerfactor'.

⁸ Zie 'Netwerken en filters Deel II: Synthese' hoofdstuk 1 paragraaf 6

Dit zou veel werk uitsparen, omdat de volgende stappen dan toegepast worden op een derde orde netwerk in plaats van een zesde orde netwerk. Als de predistortie in het plaatje geplaatst wordt, wordt het allemaal iets ingewikkelder:

De laagdoorlaat-banddoorlaat transformatie behoudt de kwaliteitsfactor van een polenpaar (een pool en zijn complex toegevoegde in het laagdoorlaatfilter). Hierdoor liggen de polen na de transformatie per twee op een rechte door de oorsprong. Predistortie verplaatst alle polen een vaste afstand d naar rechts. Als predistortie toegepast wordt na de banddoorlaattransformatie liggen de polen dus niet meer op rechten die door de oorsprong gaan. Elke pool heeft hierdoor een verschillende kwaliteitsfactor. De kwaliteitsfactor wordt namelijk bepaald door de hoek van de rechte die de pool met de oorsprong verbindt met de imaginaire as. Als de volgorde van predistortie en banddoorlaattransformatie omgewisseld wordt, (predistortie voor banddoorlaattransformatie) moet die polenligging met polen op rechten die niet door de oorsprong gaan (Afbeelding 17c) bekomen worden na banddoorlaattransformatie. Om dat te bekomen moeten de polen van het laagdoorlaatfilter waarop de transformatie dan toegepast wordt verschillende kwaliteitsfactoren hebben en zullen ze dus niet complex toegevoegd zijn (Afbeelding 17d). Wanneer de polen niet complex toegevoegd zijn is het netwerk niet reëel en dus niet te verwezenlijken. Daarom moet eerst de banddoorlaattransformatie en pas daarna de predistortie ingevoerd worden.



Afbeelding 17: predistortie na banddoorlaattransformatie met laagdoorlaatequivalent

Een voorbeeld zou dit moeten verduidelijken. Stel een laagdoorlaatfilter van tweede orde. Na laagdoorlaat-banddoorlaattransformatie liggen de polen op een rechte door de oorsprong (zie Afbeelding 17b). Hun kwaliteitsfactor is dus gelijk. Toepassen van predistortie op die polenligging komt overeen met een verschuiving van de polen met een afstand d naar rechts. De polen liggen nu op een rechte die door het punt d gaat en dus niet meer door de oorsprong (Afbeelding 17c, de onderste zwarte lijn). Ze hebben dus verschillende kwaliteitsfactoren (De hoek met de imaginaire as van de rode en de blauwe lijn in Afbeelding 17c zijn niet dezelfde).

Stel dat de predistortie zou worden ingevoerd voor de laagdoorlaat-banddoorlaattransformatie, dan zou er moeten worden uitgegaan van een laagdoorlaatequivalent met twee polen met een verschillende kwaliteitsfactor, wat resulteert in twee niet complex toegevoegde polen en dus een niet realiseerbaar netwerk.

Toepassen van de transformatie op de veelterm $a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0$ geeft het volgende:

$$\begin{aligned}
 & a_n \left(\frac{1}{B} \left(x + \frac{1}{x} \right) \right)^n + a_{n-1} \left(\frac{1}{B} \left(x + \frac{1}{x} \right) \right)^{n-1} + \dots + a_1 \left(\frac{1}{B} \left(x + \frac{1}{x} \right) \right) + a_0 \\
 & \left(\frac{1}{B} \left(x + \frac{1}{x} \right) \right)^n = \frac{1}{B^n x^n} (x^2 + 1)^n \tag{27} \\
 & (x^2 + 1)^n = \binom{n}{0} x^{2n} + \binom{n}{1} x^{2(n-1)} + \dots + \binom{n}{m} x^{2(n-m)} + \dots + \binom{n}{n-1} x^2 + \binom{n}{n} = A_n
 \end{aligned}$$

Als deze uitdrukking gebruikt wordt krijgt men het volgende resultaat:

$$a_n \frac{A_n}{B^n x^n} + a_{n-1} \frac{A_{n-1}}{B^{n-1} x^{n-1}} + \dots + a_{n-m} \frac{A_{n-m}}{B^{n-m} x^{n-m}} + \dots + a_1 \frac{A_1}{B x} + a_0$$

$$\frac{1}{B^n x^n} [a_n A_n + a_{n-1} B x A_{n-1} + \dots + a_{n-m} B^m x^m A_{n-m} + \dots + a_1 B^{n-1} x^{n-1} A_1 + a_0 B^n x^n]$$
(28)

Dit resultaat werd geïmplementeerd in een MATLABfunctie die deze transformatie dan op de transferfunctie kan toepassen.

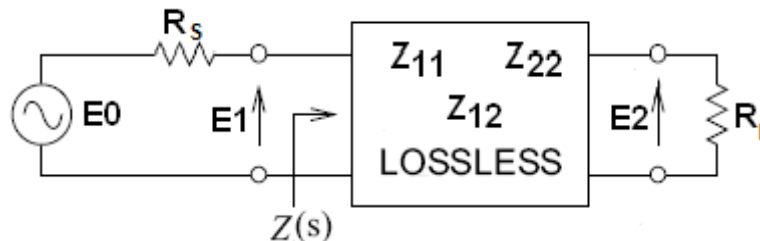
Om de uitdrukkingen in het programma te controleren wordt de transformatie ook toegepast op de transferfunctie die gevonden werd na Butterworth benadering (25). Dit geeft

$$T(p) = \frac{\frac{R_L}{R_L + R_S} \frac{p^3}{E^3}}{p^6 + \frac{2}{E} p^5 + (3 + \frac{2}{E^2}) p^4 + (\frac{4}{E} + \frac{1}{E^3}) p^3 + (3 + \frac{2}{E^2}) p^2 + \frac{2}{E} p + 1} \quad \text{met } E = \frac{\sqrt[3]{\epsilon}}{B}$$
(29)

Bepalen van de Z parameters

Het synthetiseren van het netwerk gebeurde aan de hand van de Caer synthese. Om deze Caer synthese te kunnen uitvoeren dienden de Z of Y-parameters van het netwerk van de filter bepaald te worden. In het werkelijke ontwikkelingsproces werd predistortie ingevoerd alvorens de Z-parameters te bepalen. Voor de duidelijkheid zal in dit verslag eerst de bepaling van de Z-parameters en pas later de predistortie besproken worden.

Voor het bepalen van deze Z-parameters werd uitgegaan van de methode gehanteerd in het onderdeel 'Prescribed insertion ratio' uit hoofdstuk 6 van 'Network synthesis'. Deze methode wordt hieronder nog eens samengevat.



Afbeelding 18: Het derde categorie probleem

De te realiseren transferfunctie is $T(s) = E_2/E_0$. Met een gegeven $T(s)$ is het onmogelijk om rechtstreeks de Z-parameters te identificeren zoals bij een tweede categorie probleem. De techniek bestaat erin de ingangsimpedantie van de tweepoort $Z(s)$ te bepalen uit de opgelegde $|T(j\omega)|^2$ en dan aan de hand van de resultaten van de Darlington procedure de Z-parameters van de tweepoort te verkrijgen.

Om de ingangsimpedantie $Z(s)$ te bepalen uit $|T(j\omega)|^2$ wordt er gebruik gemaakt van de volgende drie uitdrukkingen:

$$|\rho(j\omega)|^2 + \frac{4R_S}{R_L} |T(j\omega)|^2 = 1 \quad a \quad \text{Behoud van Energie}$$

$$\rho(s) = \frac{R_S - Z(s)}{R_S + Z(s)} \quad b \quad \text{Reflectiefactor, uitgeschreven a.d. ingang v.h. netwerk} \quad (30)$$

$$\frac{Z(s)}{R_S} = \frac{1 - \rho(s)}{1 + \rho(s)} \quad c \quad \text{Omvorming van de tweede uitdrukking}$$

Eerst wordt $|\rho|^2$ bepaald uit vgl. 30a. Vervolgens kan $Z(s)$ bepaald worden uit $\rho(s)$. Door $Z(s)$ dan uit te drukken zoals in vgl. 30c en gebruik te maken van Tabel 1 kunnen de Z-parameters van de tweepoort bepaald worden.

In de gehanteerde methode zal deze ingangsimpedantie nooit bepaald worden, $\rho(s)$ zal alle informatie bevatten die nodig is voor de bepaling van de Z-parameters. Hieronder wordt dieper ingegaan op de details van deze berekening.

In de berekening wordt er uitgegaan van een transferfunctie onder de vorm van vgl. 31a, hierbij wordt $T(s)$ beschreven als de verhouding van een even of oneven polynoom $N_{12}(s)$ ten opzichte van een Hurwitz⁹ polynoom $m(s)+n(s)$ waarbij $m(s)$ staat voor het even en $n(s)$ voor het oneven deel van de noemer. Door identificatie van $N_{12}(s)$, $m(s)$ en $n(s)$ kan vgl. 31b makkelijk worden bepaald. Het min-teken wordt enkel toegepast wanneer N_{12} een oneven polynoom is. Om correct te werken moet de coëfficiënt van de hoogstegraadsterm van de noemer van de transferfunctie 1 zijn. Dit kan gemakkelijk bekomen worden door teller en noemer te delen door de coëfficiënt van de hoogstegraadsterm van de noemer.

$$T(s) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_L}{R_S} \frac{N_{12}}{m(s)+n(s)}} \quad (31)$$

$$T(s)T(-s) = \pm \frac{R_L}{4R_S} \frac{N_{12}^2}{m^2 - n^2}$$

Uit vgl. 30a kan ρ^2 worden bepaald zoals weergegeven in vergelijking 32.

$$|\rho(j\omega)|^2 + \frac{4R_S}{R_L} |T(j\omega)|^2 = 1 \Leftrightarrow \rho(s)\rho(-s) = 1 - \frac{4R_S}{R_L} T(s)T(-s) = 1 \mp \frac{N_{12}^2(s)}{m^2 - n^2} \quad (32)$$

De reflectiecoëfficiënt kan ook geschreven worden als een breuk van twee polynomen:

$$\rho(s) = \frac{m_r + n_r}{m + n} \quad (33)$$

Aan de hand van deze uitdrukking kunnen de polynomen $m_r(s)$, $n_r(s)$, $m(s)$ en $n(s)$ en dus de Z-parameters (zie tabel 1) bepaald worden. Hiervoor moet dus wel eerst een correcte uitdrukking voor $\rho(s)$ teruggevonden worden uit $\rho(s)\rho(-s)$. Om $\rho(s)\rho(-s)$ te verkrijgen wordt eerst betrekking (33) ingevuld in (32). Het resultaat hiervan wordt weergegeven in vgl (34). Op deze manier kan $\rho(s)\rho(-s)$ dus simpelweg geïdentificeerd worden aan de hand van de teller en noemer van $T(s)T(-s)$.

$$\rho(s)\rho(-s) = \frac{m_r^2 - n_r^2}{m^2 - n^2} = 1 \mp \frac{N_{12}^2}{m^2 - n^2} = \frac{m^2 - n^2 \mp N_{12}^2}{m^2 - n^2} \quad (34)$$

Om $\rho(s)$ nu uit $\rho(s)\rho(-s)$ te bepalen moeten enkel de polen uit het linkerhalfvlak van $\rho(s)\rho(-s)$ gekozen worden om stabiliteit te verzekeren. Voor het bepalen van de nullen van $\rho(s)$ is de keuze niet eenduidig, er kunnen combinaties gemaakt worden van nullenparen in het linker- en rechterhalfvlak. Wanneer deze nullen en polen gekozen zijn, kan $\rho(s)$ op de volgende eenvoudige manier worden samengesteld¹⁰:

$$\rho(s) = K \frac{\prod_m (s - z_m)}{\prod_n (s - p_m)} \quad (35)$$

⁹ Een Hurwitz veelterm is een veelterm met al zijn nullen in het linkerhalfvlak

¹⁰ Hier kunnen opnieuw complex toegevoegde polen en nullen samengenomen worden zoals bij Butterworth gedaan werd om incorrecte imaginaire delen te vermijden in de coëfficiënten.

Alvorens de keuze van de nullenparen gemaakt kon worden diende er zich een groot probleem aan. Bij het invoeren van de predistortie lagen de nullen van $\rho(s)\rho(-s)$ niet kwadrantsymmetrisch. De reden hiervoor is dat er geen rekening was gehouden met het vermogen dat gedissipeerd werd door de extra weerstanden die door het invoeren van de predistortie aan het netwerk waren toegevoegd. Hiervoor moest er een factor aan de transferfunctie toegevoegd worden waardoor deze dissipatie wel in rekening werd gebracht. Hoe dit probleem is opgelost wordt uitvoerig besproken in het onderdeel 'Bepalen van de dissipatiefactor'.

Wanneer deze nullen wel kwadrantsymmetrisch komen te liggen, moeten de nullenparen worden gekozen. In deze fase van het synthese-proces had deze keuze nog nauwelijks invloed. Bij vergelijking van de verschillende keuzes bleek dat er geen invloed was op doorlaat- en fasegedrag van de uiteindelijk gerealiseerde transferfunctie (Door gebruik te maken van de uitdrukkingen gevonden in het stuk 'Controle voor de Z parameters' was het mogelijk dit na te gaan). Wanneer later de Cauer synthese wordt ingevoerd zal blijken dat deze keuze wel veel gevoeliger ligt, dit komt aan bod in het onderdeel 'Bepalen van de Cauerfactor'.

Het enige dat nog moest worden bepaald was de factor K uit betrekking 35. Deze is gewoon de wortel van de factor van $\rho(s)\rho(-s)$. Enkel de keuze van het teken bleef nog over. Als men betrekking 30c bekijkt, ziet men dat een tekenwissel van $\rho(s)$ de ingangsimpedantie $Z(s)$ inverteert. Het netwerk dat overeen komt met de keuze voor een bepaald teken zal de inverse zijn van het netwerk dat overeen komt met de keuze voor het andere teken. In deze synthese werd er voor een positief teken van de factor K gekozen.

Eens $\rho(s)$ is bepaald, is het enkel een kwestie van m_r , n_r , m en n respectievelijk als de even en oneven delen van de teller en noemer van $\rho(s)$ te identificeren (zie vgl. 33) en deze in te vullen in Tabel 1 om de Z-parameters te bepalen. Zoals men kan zien zouden de Y-parameters ook onmiddellijk bepaald kunnen worden indien dit gewenst zou zijn.

$N_{12}(s)$ is even		$N_{12}(s)$ is oneven	
$z_{11} = R_S \frac{m - m_r}{n + n_r}$	$y_{11} = \frac{1}{R_S} \frac{m + m_r}{n - n_r}$	$z_{11} = R_S \frac{n - n_r}{m + m_r}$	$y_{11} = \frac{1}{R_S} \frac{n + n_r}{m - m_r}$
$z_{22} = R_L \frac{m + m_r}{n + n_r}$	$y_{22} = \frac{1}{R_L} \frac{m - m_r}{n - n_r}$	$z_{22} = R_L \frac{n + n_r}{m + m_r}$	$y_{22} = \frac{1}{R_L} \frac{n - n_r}{m - m_r}$
$z_{12} = \sqrt{R_S R_L} \frac{N_{12}}{n + n_r}$	$z_{12} = -\frac{1}{\sqrt{R_S R_L}} \frac{N_{12}}{n - n_r}$	$z_{12} = \sqrt{R_S R_L} \frac{N_{12}}{m + m_r}$	$Y_{12} = -\frac{1}{\sqrt{R_S R_L}} \frac{N_{12}}{m - m_r}$

Tabel 1: Z en Y parameters

Om te controleren of de juiste $\rho(s)\rho(-s)$ opgesteld werd door het MATLABprogramma werd alles zonder predistortie analytisch uitgewerkt. Als de besproken berekeningen toegepast worden op de transferfunctie uit betrekking 29 krijgt men het volgende

$$N_{12}(s) = 2 \sqrt{\frac{R_S}{R_L} \frac{R_L}{R_S + R_L} \frac{p^3}{E^3}} \quad (36)$$

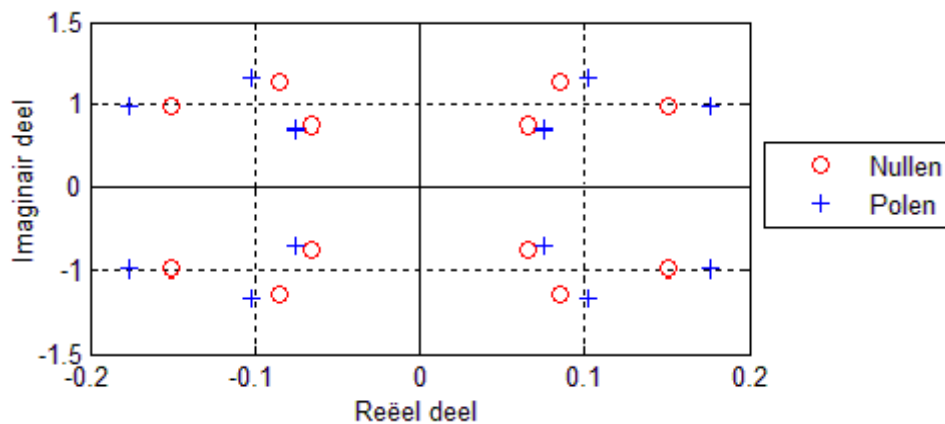
$$m(s) = p^6 + (3 + 2E^{-2})p^4 + (3 + 2E^{-2})p^2 + 1 \quad n(s) = 2E^{-1}p^5 + (4E^{-1} + E^{-3})p^3 + 2E^{-1}p$$

Door gebruik te maken van betrekking 34 worden de teller en noemer van $\rho(s)\rho(-s)$ bekomen

$$m^2 - n^2 = p^{12} + 6p^{10} + 15p^8 + (20 - E^{-6})p^6 + 15p^4 + 6p^2 + 1$$

$$m^2 - n^2 + N_{12}^2 = p^{12} + 6p^{10} + 15p^8 + \left(20 + \frac{1}{E^6} \left(\frac{4R_S R_L}{(R_S + R_L)^2} - 1 \right) \right) p^6 + 15p^4 + 6p^2 + 1 \quad (37)$$

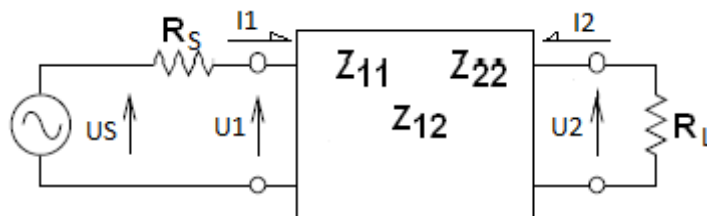
De polen- en nullenligging van de berekende $\rho(s)\rho(-s)$ wordt weergegeven in afbeelding 19.



Afbeelding 19: Polen- en nullenligging van $\rho(s)\rho(-s)$

Controle voor de Z parameters

Om de bekomen Z parameters te testen werd een betrekking opgesteld die de transferfunctie geeft in functie van de Z parameters. Het netwerk is van de volgende vorm:



Afbeelding 20: Definitie v spanningen en stromen

De Z parameters zijn op de volgende manier gedefinieerd:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{12} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} U_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 \\ U_2 = Z_{12} I_1 + Z_{22} I_2 \end{cases} \quad (38)$$

In het geval van een derde categorie probleem zoals in afbeelding 20 kunnen de volgende betrekkingen aan het stelsel toegevoegd worden

$$I_2 = -\frac{U_2}{R_L} \quad \text{en} \quad U_S = I_1 R_S + U_1 \Leftrightarrow U_1 = U_S - I_1 R_S \quad (39)$$

Invullen van de betrekkingen in het stelsel (38) en oplossen naar U_S en U_2 geeft

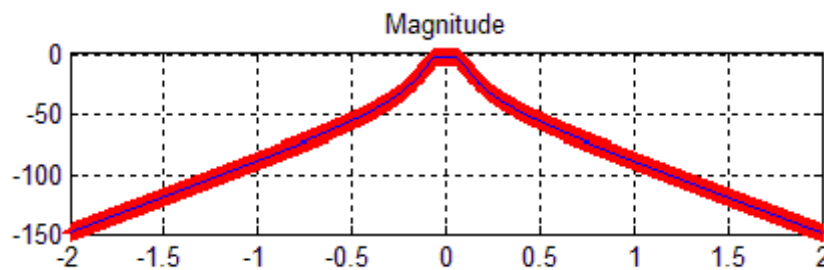
$$U_S = \left(\frac{Z_{11}}{Z_{12}} + \frac{Z_{22} Z_{11}}{Z_{12} R_L} + \frac{R_S}{Z_{12}} + \frac{Z_{22} R_S}{Z_{12} R_L} - \frac{Z_{12}}{R_L} \right) U_2 \quad (40)$$

Daaruit volgt dan de transferfunctie

$$TF = \frac{U_2}{U_S} = \frac{Z_{12} R_L}{(Z_{11} + R_S)(Z_{22} + R_L) - Z_{12}^2} \quad (41)$$

Deze formule kan ook teruggevonden worden in 'Network Synthesis'.

Als deze formule wordt toegepast op de opgestelde Z parameters bekomt men de volgende afbeelding:



Afbeelding 21: Controle van de Z-parameters

De rode lijn is de gereconstrueerde karakteristiek volgens formule 41. De blauwe lijn is de karakteristiek van de banddoorlaattransferfunctie waarmee begonnen werd. Het verschil tussen de twee is maximaal -200 dB wat beschouwd werd als fouten die door afronding veroorzaakt worden.

Predistortie

Als het filter gebouwd moet worden, moet er rekening mee gehouden worden dat de gebruikte componenten niet ideaal zijn en dus een parasitaire weerstand hebben. Als alle componenten dezelfde kwaliteitsfactor Q^{11} hebben verplaatsen de polen zich een afstand $d = 1/Q$ naar links. Om de polen van de transferfunctie op de juiste plaats te krijgen, worden ze een afstand d te veel naar rechts gelegd. Vervolgens wordt de synthese uitgevoerd op de transferfunctie met verplaatste polen. Bij het bouwen van het filter met reële componenten zullen de polen door de parasitaire weerstanden terug een afstand d naar links schuiven en op de juiste plaats komen te liggen. De predistortie wordt enkel toegepast op de polen van de transferfunctie. Volgens de argumentatie in hoofdstuk 9 van 'Network Synthesis' gaat dit geen al te grote vervormingen geven op de transferfunctie zolang d niet te groot wordt. De vervorming van de transferfunctie blijft ook beperkt voor de gebieden die niet in de buurt van de nullen zitten. Aangezien de nullen van het banddoorlaatfilter enkel in oneindig en in de oorsprong liggen, zal de afstand tot de nullen groot genoeg zijn om er geen invloed van te ondervinden.

De polen naar rechts schuiven komt overeen met de substitutie $p=x+d$. Toegepast op de algemene veelterm $a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0$ geeft dit:

$$\begin{aligned}
 & a_n (x+d)^n + a_{n-1} (x+d)^{n-1} + \dots + a_{(n-m)} (x+d)^{n-m} + \dots + a_1 (x+d) + a_0 \\
 (x+d)^n &= \binom{n}{0} x^n + \binom{n}{1} x^{n-1} d + \dots + \binom{n}{m} x^{n-m} d^m + \dots + \binom{n}{n-1} x d^{n-1} + \binom{n}{n} d^n = A_n \\
 & a_n A_n + a_{n-1} A_{n-1} + \dots + a_{(n-m)} A_{n-m} + \dots + a_1 A_1 + a_0
 \end{aligned} \tag{42}$$

Deze betrekking werd geïmplementeerd in een MATLAB functie om predistortie toe te passen.

Er moest voor gezorgd worden dat de kwaliteitsfactor van alle reactieve componenten dezelfde was. Omdat een kwaliteitsfactor niet verhoogd kan worden, werd de laagste kwaliteitsfactor gekozen. Om de kwaliteitsfactor van een capaciteit te verlagen werd een weerstanden in parallel geplaatst, voor een spoel werd een serieweerstand toegevoegd.

Het grootste probleem was nu dat nog niet geweten was hoe groot de Q factor van de componenten ging zijn omdat de componentswaarden nog niet gekend waren. De oplossing voor dit probleem zat in de manier waarop de spoelen voor het filter gemaakt werden. In plaats van het exact aantal wikkelingen te berekenen dat nodig is om de gewenste inductantie te halen werd telkens heel de houder vol gewikkeld en werd de inductantie geregeld door de ferrietkern er meer of minder diep

11 De kwaliteitsfactor voor een spoel wordt gegeven door $Q = \omega L / R_L$ voor een capaciteit door $Q = 1 / (\omega C R_L)$

in te draaien. Deze methode liet toe om de inductantie van de spoelen over een redelijk grote range te laten variëren met een quasi constante kwaliteitsfactor.

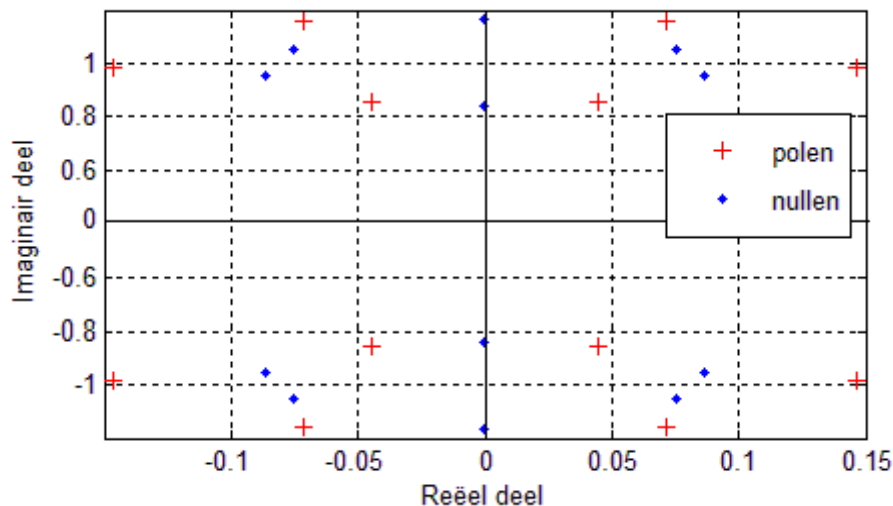
De berekeningen werden dus eerst gedaan met een richtwaarde voor de kwaliteitsfactor van $Q=30$. Met die waarde werd verder gerekend en de spoelen die nodig waren om het filter te maken uitgegaan van die kwaliteitsfactor werden gewikkeld. Als de waarde van de kwaliteitsfactor van de laagste spoel verschilde van 30 deden werden de berekeningen opnieuw gedaan met die waarde en werd de inductantie van de spoelen zodanig afgeregeld dat ze de juiste waarde én de juiste kwaliteitsfactor hadden.

Bepalen van de dissipatiefactor

Zoals in de inleiding verteld werd, dissiperen de niet-ideale componenten vermogen door hun parasitaire weerstanden. Er kan dus niet meer verondersteld worden dat het netwerk verliesloos is, waardoor er rekening gehouden moest worden met de dissipatie in het netwerk. Net zoals er bij het opstellen van de transferfunctie rekening gehouden moest worden met de dissipatie in de ingangsweerstand (betrekkingen 24 en 25). Dit werd gedaan door de waarde van de transferfunctie bij DC-spanning te bekijken en de transferfunctie te schalen met de nodige factor. Omdat er op dit moment met een frequentiegeïnormaliseerd banddoorlaatfilter gewerkt wordt, is de waarde bij DC-spanning niet bruikbaar. De factor zou moeten worden bepaald bij de centerfrequentie. Zelfs wanneer dat gedaan wordt is er nog steeds een probleem:

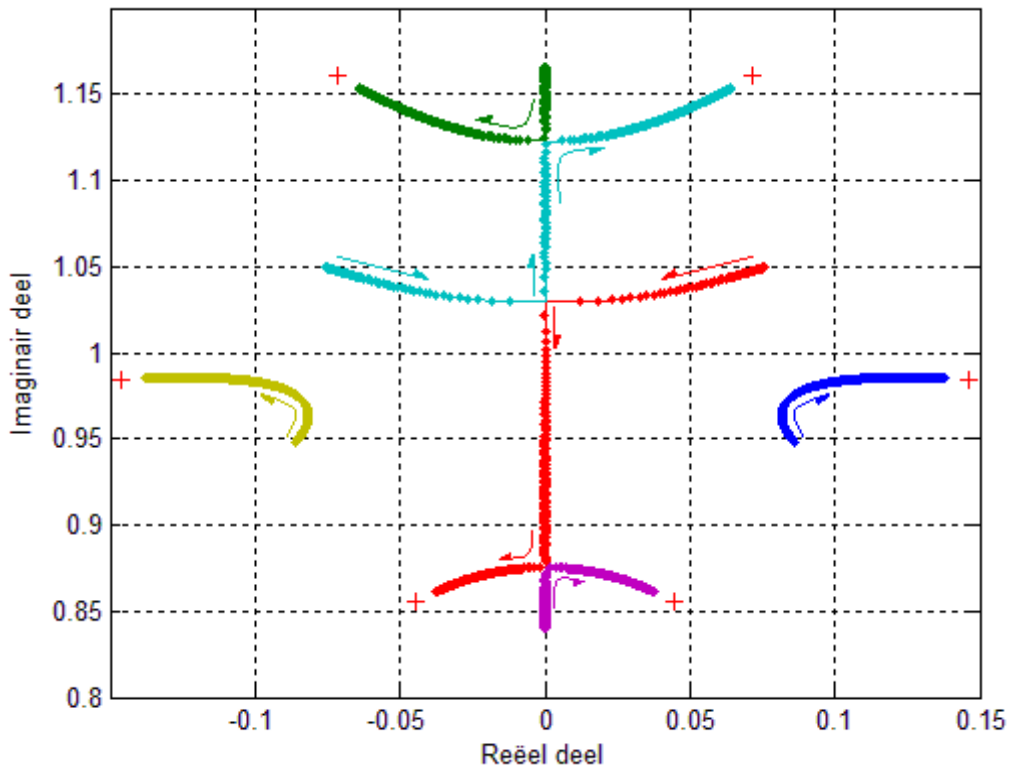
Omdat de waarden van de spoelen en capaciteiten in het netwerk nog niet gekend zijn op dit moment kan de grootte van de weerstanden niet ingeschat worden en dus ook niet het vermogen dat verloren gaat in het netwerk. Er moet dus een andere manier gevonden worden om de factor, die vanaf nu dissipatiefactor genoemd wordt, te bepalen.

Een manier om dit te doen schuilt in het volgende: Als de Z-parameters opgesteld worden zonder rekening te houden met de dissipatie in het netwerk zijn de nullen van $\rho(s)\rho(-s)$ niet kwadrantsymmetrisch en kan $\rho(s)$ niet bepaald worden.



Afbeelding 22: Polen en nullen van $\rho(s)\rho(-s)$ bij verkeerde dissipatiefactor

De nullen op de imaginaire as hebben niet de dubbele multipliciteit die ze zouden moeten hebben om aan kwadrantsymmetrie te voldoen. Wanneer er nu een dissipatiefactor toegevoegd wordt aan de transferfunctie (door simpelweg de teller te vermenigvuldigen met die factor) en die dissipatiefactor altijd kleiner wordt, bekomt men de volgende beweging bij de nullen:



Afbeelding 23: Variatie in de ligging van de nullen van $\rho(s)\rho(-s)$ met variërende dissipatiefactor. Enkel de polen en nullen met positief imaginair deel worden in de afbeelding getoond.

Als de dissipatiefactor naar nul gaat, gaat de teller van de transferfunctie ook naar nul en dus ook N_{12} . De noemer van $\rho(s)\rho(-s)$ is van de vorm $m^2 - n^2$. Omdat de teller van $\rho(s)\rho(-s)$ van de vorm $m^2 - n^2 \mp N_{12}^2$ is gaan de nullen van $\rho(s)\rho(-s)$ op de polen van $\rho(s)\rho(-s)$ liggen als de dissipatiefactor gelijk is aan nul. Dit is duidelijk te zien in afbeelding 23, de pijlen die de bewegingen van de nullen voorstellen bewegen zich naar de polen (voorgesteld door '+'-jes) toe.

Eerst komen de rode en lichtblauwe nullen samen en gaan van elkaar weg op de imaginaire as. Op dat moment zijn er 4 nullen die niet kwadrantsymmetrisch zijn. De lichtblauwe en groene nul komen dan samen en verlaten de imaginaire as. Tenslotte komen de paarse en rode nul samen en verlaten de imaginaire as. Vanaf het moment dat de rode en paarse nul samenkomen zijn de nullen kwadrantsymmetrisch en kunnen de Z parameters bepaald worden.

Het algoritme dat gebruikt werd om de dissipatiefactor te bepalen kijkt naar het verschil tussen de rode en de paarse nul. Vanaf het moment dat het imaginair deel van het verschil gelijk wordt aan nul en het reëel deel verschilt van nul, is de dissipatiefactor gevonden.

Het laatste dat dan moet gebeuren is de teller van de transferfunctie vermenigvuldigen met de gevonden dissipatiefactor. Op deze manier wordt een transferfunctie opgesteld waarvan de Z-parameters berekend kunnen worden.

Cauer synthese

Nadat de Z-parameters bepaald waren, kon het LC-laddernetwerk gesynthetiseerd worden met behulp van de Cauer synthese.

Zoals men kan zien in de uitdrukking voor Z_{12} in Tabel 1 komen de transmissienullen van Z_{12} volledig overeen met de nullen van N_{12} , en dus met de nullen van de opgelegde transferfunctie (zie vgl. 31). Deze zijn dus de te realiseren nullen. Een belangrijke opmerking is dat alle transmissienullen in 0 of in oneindig liggen. Hierdoor was het dus bij voorbaat zeker dat er bij het realiseren van de transmissienullen nooit een partiële poolafsplitsing nodig zou zijn. De verklaring hiervoor is dat de impedanties en admittanties die worden gebruikt tijdens de Cauer synthese allemaal Fosterfuncties moeten zijn. Een belangrijke eigenschap van een Fosterfunctie is dat het verschil in graad tussen teller en noemer telkens één moet zijn wat ervoor zorgt dat er altijd wel een pool of een nul in nul of oneindig ligt. Wanneer er het om een nul ging, kon er overgegaan worden van admittantie naar impedantie of omgekeerd waardoor er altijd wel een pool in nul of in oneindig kon worden afgesplitst.

Dit zorgde voor een grote vereenvoudiging van de te programmeren Cauer synthese. Een ander gevolg was dat -door het ontbreken van partiële poolafsplitsingen- Z_{22} geen eigenpolen had, dit wordt aangetoond met het theorema van Bader¹². Verder wordt in 'Introduction to circuit synthesis and design' aangetoond dat door het ontwikkelen van Z_{11} ook onmiddellijk Z_{12} gerealiseerd wordt op een factor na. In het onderdeel 'Bepalen van de Cauerfactor' wordt uitgelegd hoe dit verschil in factor wordt weggewerkt.

In 'Introduction to circuit synthesis and design' wordt ook aangetoond dat Z_{22} gerealiseerd wordt op een impedantie Z na. Deze werd berekend aan de hand van de opgegeven formule¹³. Na berekeningen bleek dat deze waarde verwaarloosbaar klein was waardoor werd verondersteld dat Z_{22} ook gerealiseerd werd ($Z_{22pres} = Z_{22act}$).

Op deze manier kon de Cauer synthese dus zodanig geprogrammeerd worden dat er gewoon vertrokken werd met Z_{11} en Z_{12} . Uit deze laatste konden ook onmiddellijk de te verwezenlijken transmissienullen gehaald worden. Eerst werd de synthese zodanig geprogrammeerd dat de gebruiker telkens kon kiezen of hij een pool of een nul kon afsplitsen en of hij dit in nul of in oneindig wou doen. In het geval de gebruiker een nul wou afsplitsen, wat natuurlijk onmogelijk is, werd er gewoon van admittantie naar impedantie of omgekeerd gewisseld waardoor er wel degelijk een pool werd afgesplitst. Dit gebeurde aan de hand van de interface uit afbeelding 24.



Afbeelding 24: Interface Cauer synthese

12 W. Bader, *Kopplungsfreie Kettenschaltungen*, *Telegr. Fernsprech. Technol.* Vol 31, p 177-189; 1942.

Zie 'Introduction to circuit synthesis and design' pagina 216

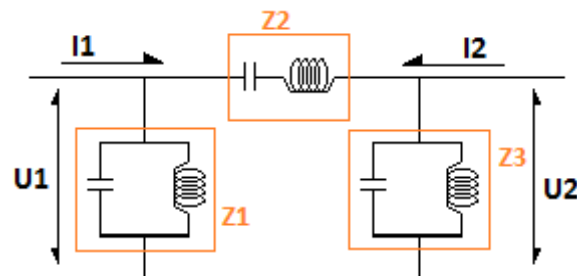
13 formule (6-104)

Het netwerk werd dan gesynthetiseerd zoals dit in de voorbeelden in hoofdstuk 9 van de cursus 'Netwerken en Filters Deel II: Synthese' wordt uitgelegd. Bij elke keuze van een poolafplitsing werd het residu berekend. Doordat de polen telkens in nul of oneindig lagen was het berekenen van dit residu meestal gewoon het vergelijken van de hoogstegraads- of laagstegraadstermen van teller en noemer, wat het programma sterk vereenvoudigde. Door de waarde van dit residu kon dan de waarde van de spoel of capaciteit horende bij de poolafplitsing bepaald worden.

Het programma vertelde de gebruiker telkens of het om een spoel of een capaciteit ging, gaf de waarde mee en vertelde of de volgende impedantie parallel of in serie stond met het tot dan toe verkregen laddernetwerk. Op deze manier kon de gebruiker zeer makkelijk het netwerk uittekenen met de juiste waarden door gewoon bij elke te realiseren transmissienul een keuze te maken van de poolafplitsing.

Omdat het verschil in factor tussen de werkelijk gerealiseerde Z_{12} en de voorgeschreven Z_{12} nog moest worden weggewerkt werd er op een bepaald moment gekozen voor een vaste vorm voor het netwerk. Dit impliceerde dus ook een vaste volgorde van de poolafplitsingen. Voor de keuze van de vorm van dit netwerk was de eerder beschreven interface nog handig maar eens de waarden van de componenten van het netwerk herhaaldelijk bepaald moesten worden en de vorm toch vastlag, werd de volgorde van de poolafplitsingen geautomatiseerd.

Het gekozen netwerk was een zogenaamd Π -netwerk zoals weergegeven in afbeelding 25.



Afbeelding 25: Het gekozen Π -netwerk

Controlemechanisme voor het gesynthetiseerde netwerk

Om te controleren of er geen fouten werden gemaakt bij de Cauey synthese werden de Z parameters van het gerealiseerd netwerk opgesteld. Het netwerk heeft een Π -vorm zoals in afbeelding 25.

Voor deze vorm zijn de Z-parameters de volgende:

$$Z_{12} = \frac{U_1}{I_2} \Big|_{I_1=0} = \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \quad Z_{11} = \frac{U_1}{I_1} \Big|_{I_2=0} = \frac{Z_1(Z_2 + Z_3)}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \quad Z_{22} = \frac{U_2}{I_2} \Big|_{I_1=0} = \frac{Z_3(Z_1 + Z_2)}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \quad (43)$$

Z_1 en Z_3 zijn parallelschakelingen van een spoel en een capaciteit. Z_2 is een serieschakeling. Dus:

$$Z_1 = \frac{L_1 s}{L_1 C_1 s^2 + 1} \quad Z_3 = \frac{L_3 s}{L_3 C_3 s^2 + 1} \quad Z_2 = \frac{L_2 C_2 s^2 + 1}{C_2 s} \quad (44)$$

Door gebruik te maken van deze betrekkingen kunnen de gerealiseerde z parameters vergeleken worden met de opgelegde en door gebruik te maken van betrekking 41 die de transferfunctie geeft in functie van de Z-parameters, kan de transferfunctie van het gesynthetiseerde netwerk gecontroleerd worden.

Bepalen van de Cauerfactor

De polen en nullen van Z_{12} worden gerealiseerd door de Cauer synthese. De opgelegde Z_{12} kan dus enkel verschillen met de gesynthetiseerde Z_{12} in een constante factor. Bij de bespreking van dit probleem in '*Introduction to circuit Synthesis and Design*' wordt dit opgelost door een ideale transformator in serie te schakelen met het netwerk. Omdat ideale transformatoren niet bestaan moest er een andere methode gevonden worden om Z_{12} correct te verwezenlijken. Volgens Tabel 1 is de teller van Z_{12} gegeven door de teller van de transferfunctie N_{12} (op een constante factor na die bepaald wordt door de ingangs- en belastingsweerstand).

Het is dus mogelijk om de teller van de transferfunctie te laten variëren tot de gain van de gesynthetiseerde Z_{12} overeenkomt met de opgelegde gain van Z_{12} . Het variëren is namelijk evenredig met het variëren van de teller van Z_{12} . Om dat te doen wordt een nieuwe factor aan de teller van de transferfunctie toegevoegd die de Cauerfactor genoemd wordt.

Om de gain van de gesynthetiseerde Z_{12} te kunnen vergelijken met die van de opgelegde Z_{12} moest de uitdrukking ervoor gekend zijn in functie van het gesynthetiseerde netwerk. Door betrekking 43 te gebruiken en door de waarden voor Z_1 , Z_2 en Z_3 uit vergelijking (44) in te vullen, vindt men:

$$Z_{12} = \frac{L_3 L_1 C_2 s^3}{L_1 C_2 s^2 (L_3 C_3 s^2 + 1) + (L_2 C_2 s^2 + 1)(L_1 C_1 s^2 + 1)(L_3 C_3 s^2 + 1) + L_3 C_2 s^2 (L_1 C_1 s^2 + 1)} \quad (45)$$

Teller en noemer worden gedeeld door de hoogste coëfficiënt van de noemer: $L_1 C_1 L_2 C_2 L_3 C_3$. De gain van de gerealiseerde Z_{12} is nu $1/(C_1 L_2 C_3)$. Deze waarde wordt gebruikt om te vergelijken met de opgelegde waarde.

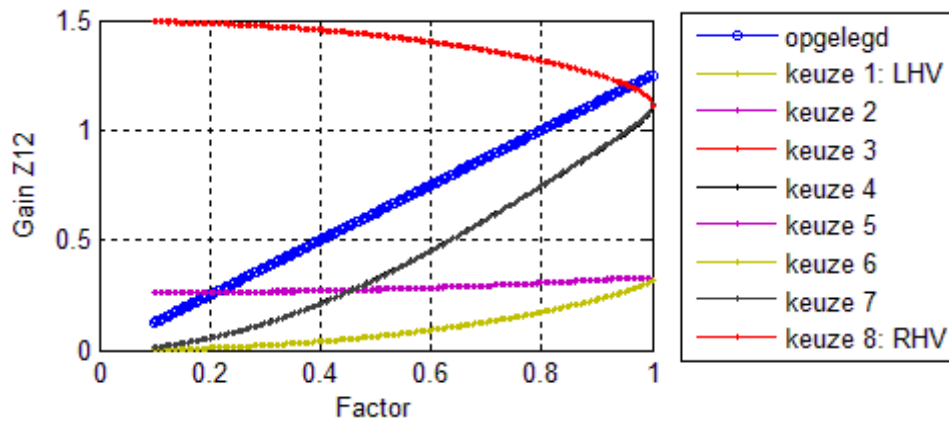
De bepaling van de Cauerfactor gebeurde als volgt:

De factor van de teller van de transferfunctie wordt gevarieerd. Voor elke waarde van deze factor en dus voor elke transferfunctie werden de Z-parameters bepaald. Op basis van deze Z-parameters werd dan telkens een Cauer synthese uitgevoerd die de waarden van de componenten van het netwerk weergegeven in afbeelding 25 teruggaf. Door dan telkens $(C_1 L_2 C_3)^{-1}$, wat de gain van de door de Cauer synthese gerealiseerde Z_{12} voorstelde, te berekenen en te vergelijken met de opgelegde gain van Z_{12} kon dan de juiste Cauerfactor bepaald worden. Hoe dit evolueerde voor de verschillende nullenkeuzes wordt weergegeven in afbeelding 26.

De Cauerfactor kan niet groter zijn dan 1, omdat anders de nullen van $\rho(s)\rho(-s)$ niet meer kwadrantsymmetrisch gaan zijn (zie 'Bepalen van de dissipatiefactor'). Hij kan dus enkel variëren tussen 0 en 1. Tot op dit moment is er nog geen verschil opgemerkt tussen de verschillende nullenkeuzes van $\rho(s)\rho(-s)$, daarom wordt de gain van de gesynthetiseerde Z_{12} berekend voor alle 8 nullenkeuzes.

Het resultaat is opmerkelijk. In plaats van 8 verschillende curven te bekomen, vormen de nullenkeuzes paren waarvoor de oplossing dezelfde is. Nullenkeuze 1 komt overeen met alle nullen in het linkerhalfvlak, nullenkeuze 8 met alle nullen in het rechterhalfvlak¹⁴.

14 Om de nullen te verdelen werden de nullen van $\rho(s)\rho(-s)$ uit het eerste kwadrant genomen en vermenigvuldigd met +1 of -1 afhankelijk van het getal van de keuze. Om dat te doen werd er 1 afgetrokken van het getal en werd het in binair omgezet. Een bit 1 kwam overeen met een +1, bit 0 kwam overeen met een -1. Nullenkeuze 3 bijvoorbeeld geeft 3-1=2. In het binair wordt dat 010 en komt dus overeen met twee nullen in het linkerhalfvlak en een nul in het rechterhalfvlak. Nadat ze het correcte teken gekregen hadden werd $\rho(s)$ opgesteld op de manier die bij het opstellen van de transferfunctie besproken wordt.



Afbeelding 26: Gerealiseerde en opgelegde gain voor Z_{12} voor de verschillende nullenkeuzes en voor verschillende Cauerfactoren.

Voor keuze 3 en 8 snijden de lijnen rond 0.95. Bij de andere nullenkeuzes moet de Cauerfactor veel kleiner zijn om de opgelegde factor gelijk te maken aan de gerealiseerde. Omdat er zo veel mogelijk van het signaal behouden moet blijven zijn die kleine factoren geen goede keuze. Daarom kunnen de andere nullenkeuzes geschrapt worden vanaf nu.

Na nauwkeurige bepaling van het snijpunt van de rode en blauwe lijn werd de Cauerfactor gevonden.

Het enige dat dan nog moet gebeuren is de transferfunctie met de gevonden Cauerfactor vermenigvuldigen, de Z parameters bepalen voor die nieuwe transferfunctie en op die gevonden Z parameters de Cauer synthese toepassen.

Frequentiedenormalisatie

Voor alle stappen die tot hiertoe werden ondernomen voor het synthetiseren van het filter werd er uitgegaan van een frequentiegenormaliseerd filter. Zoals men in de opgave kan zien, was de centerfrequentie van het banddoorlaatfilter niet gelijk aan 1. Alvorens de werkelijke bouw van het filter kon beginnen moet er dus nog een frequentiedenormalisatie uitgevoerd worden. Dit houdt gewoon in dat de waarde van alle componenten gedeeld moesten worden door de centerfrequentie¹⁵.

¹⁵ Zie 'Netwerken en Filters Deel II: Synthese' Hoofdstuk 1 paragraaf 5

Resultaat in MATLAB

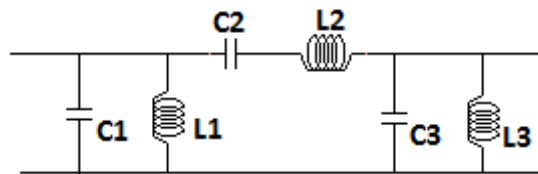
Voor een kwaliteitsfactor van 30 werden de volgende resultaten bekomen:

$$\text{Dissipatiefactor} = 0,6991 \quad \text{Cauerfactor} = 0,95875$$

Omdat er nog geen doorslaggevend verschil opgemerkt werd tussen nullekeuze 3 en 8 voor $\rho(s)\rho(-s)$ werd de volledige berekening toegepast op beide gevallen. De berekende Z parameters in beide gevallen zijn:

	Z_{11}	Z_{12}	Z_{22}
Keuze 3	$\frac{15,6 s^5 + 32,6 s^3 + 15,7 s}{s^6 + 3,09 s^4 + 3,07 s^2 + 0,98}$	$\frac{1,201 s^3}{s^6 + 3,09 s^4 + 3,07 s^2 + 0,98}$	$\frac{42,4 s^5 + 82,9 s^3 + 39,4 s}{s^6 + 3,09 s^4 + 3,07 s^2 + 0,98}$
Keuze 8	$\frac{21,9 s^5 + 44,4 s^3 + 21,2 s}{s^6 + 3,12 s^4 + 3,09 s^2 + 0,98}$	$\frac{1,199 s^3}{s^6 + 3,12 s^4 + 3,09 s^2 + 0,98}$	$\frac{14,5 s^5 + 30,8 s^3 + 15,1 s}{s^6 + 3,12 s^4 + 3,09 s^2 + 0,98}$

Na Cauer synthese werden de volgende genormaliseerde spoel- en capaciteitswaarden gevonden



Afbeelding 27: Het filter

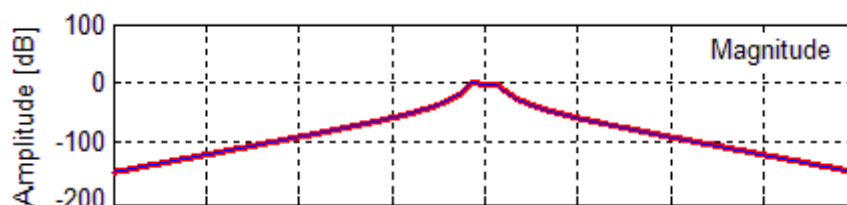
	C_1	L_1	C_2	L_2	C_3	L_3
Keuze 3	0.063913	16.0255	0.0018997	552.3837	0.023587	40.2495
Keuze 8	0.045509	21.6634	0.0036582	266.6671	0.068707	15.4414

en na frequentiedenormalisatie

	C_1 [nF]	L_1 [μ H]	C_2 [nF]	L_2 [μ H]	C_3 [nF]	L_3 [μ H]
Keuze 3	6.5361921	1.6388659	0.1942758	56.490306	2.4121269	4.1161762
Keuze 8	4.6540489	2.2154333	0.37411509	27.271095	7.0264589	1.5791415

Spoel L_2 heeft bij nullekeuze 3 een onaanvaardbaar hoge waarde, Daarom werd er voor keuze 8 gekozen.

Om te controleren of er geen fouten gebeurd zijn onderweg worden uitdrukkingen 43 en 44 gebruikt om de transferfunctie opnieuw op te stellen in functie van de gevonden spoel-en capaciteitswaarden



Afbeelding 28: Controle van het gesynthetiseerde netwerk

Het verschil tussen de gereconstrueerde en opgelegde transferfunctie is in grootte ordes van -100 dB, wat als afrondingsfouten beschouwd werd.

Bouwen van het filter

Er werd begonnen met het wikkelen van de spoelen voor de berekende waarden. Voor de grootste spoelwaarde werd een fijne draad van 0.15mm doorsnede gekozen. Voor de twee andere spoelen een draad van 0.4mm doorsnede. Na het wikkelen werden de spoelen afgeregeld door de ferrietkern er voldoende diep in te draaien en werd de kwaliteitsfactor bepaald bij de opgelegde centerfrequentie van 1556kHz. Spoel L₁ had de laagste kwaliteitsfactor van 33,3. Daarom werden de berekeningen opnieuw gedaan met die kwaliteitsfactor.

In de eerste kolom van tabel 2 worden de bekomen waarden na Cauer synthese opgesomd. Voor die kwaliteitsfactor werden de volgende waarden voor de verschillende factoren gevonden:

Dissipatiefactor = 0.75871 CauerFactor = 0.92572

De capaciteitswaarden werden zo goed mogelijk gerealiseerd met echte capaciteiten (door parallelschakelingen), de gemeten waarden staan in de tweede kolom van tabel 2. Omdat de kwaliteitsfactor van de capaciteiten te hoog was moest deze gecorrigeerd worden. De weerstandswaarde die nodig is om dat te doen werd bepaald door een trimmer, dit is een regelbare weerstand, in parallel te plaatsen met de capaciteit. De trimmer werd afgeregeld tot de kwaliteitsfactor juist was en daarna werd de weerstand van de trimmer uitgemeten om de correctieweerstand te kennen. Die waarde werd dan samengesteld met niet-regelbare weestanden, waarvan de gemeten waarde in de laatste kolom van de tabel staat.

Ook bij de spoelen moest de kwaliteitsfactor dezelfde zijn. De kwaliteitsfactor van spoel 1 en 3 lagen dicht genoeg in de buurt van de opgelegde waarde en werd niet gecorrigeerd. Om de kwaliteitsfactor van spoel 2 juist te krijgen werd een weerstand in serie geplaatst zodat de kwaliteitsfactor gelijk werd aan 33,3.

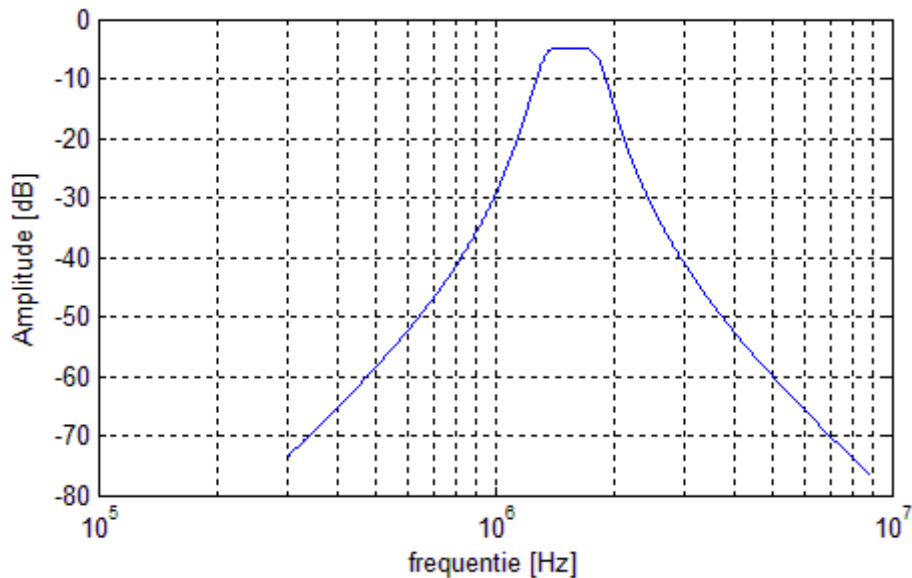
	Opgelegd	Gemeten	Kwaliteitsfactor	correctieweerstand
C1	4,427nF	4,479nF	hoog	836Ω
L1	2,338μH	2,336μH	30	geen
C2	0.391nF	391,6nF	hoog	8,3kΩ
L2	26,24μH	26,24μH	60	3Ω
C3	7,326nF	7,351nF	hoog	499Ω
L3	1,495μH	1,495μH	33,3	geen

Tabel 2

De kwaliteitsfactor van de eerste spoel is 30. Deze was na een paar dagen veranderd toen de spoelen voor de tweede keer uitgemeten werden. Omdat de capaciteiten en hun correctieweerstanden al gekozen waren werd beslist om de berekeningen niet opnieuw te doen en verder te werken met deze spoel met een te lage kwaliteitsfactor. Om er zeker van te zijn dat het gabarit gehaald zou worden werd een simulatie uitgevoerd met de opgemeten waarden.

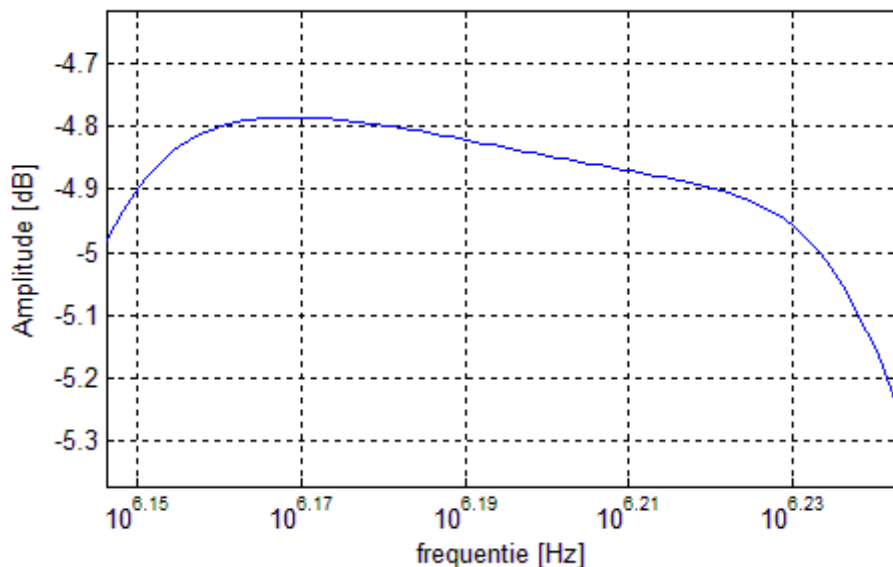
Simulatie in NI Multisim 10

Niet enkel door de foute kwaliteitsfactor van spoel L1, maar ook door de kleine fouten die gemaakt werden door niet met de exacte waarden voor de capaciteiten en hun parallelweerstand te werken zou het gabarit niet gehaald kunnen worden. Een controle was dus essentieel. Voor die controle werd het programma NI Multisim 10 gebruikt.



Afbeelding 29: Volledige band

De simulatie werd enkel uitgevoerd voor de waarden tussen 300kHz en 8850kHz, de stopfrequenties. Het is duidelijk te zien dat de stopspecificaties ruim gehaald werden. Dan restte er enkel nog naar de doorlaatband te kijken:

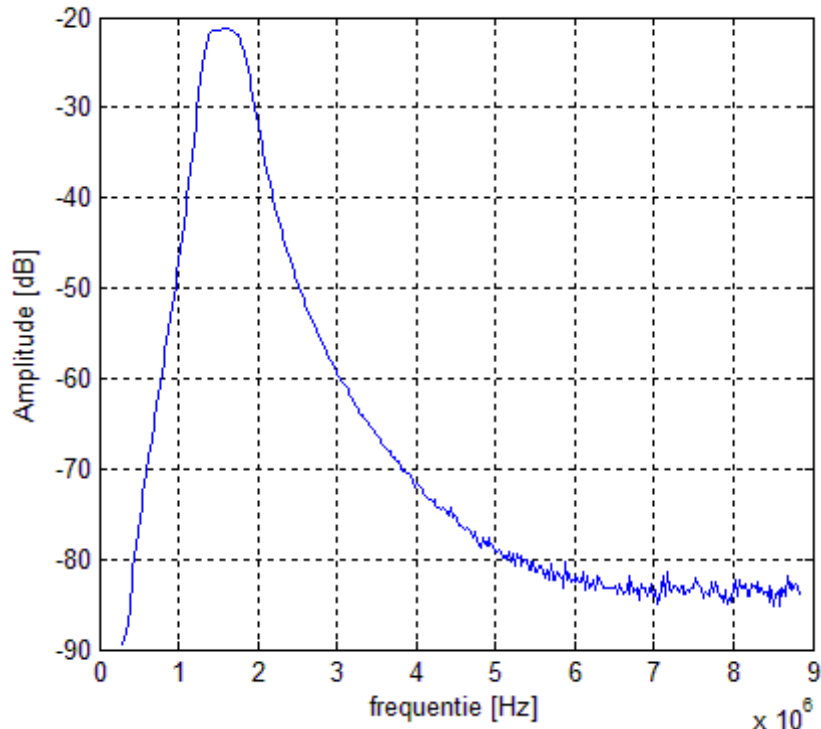


Afbeelding 30: Doorlaatband

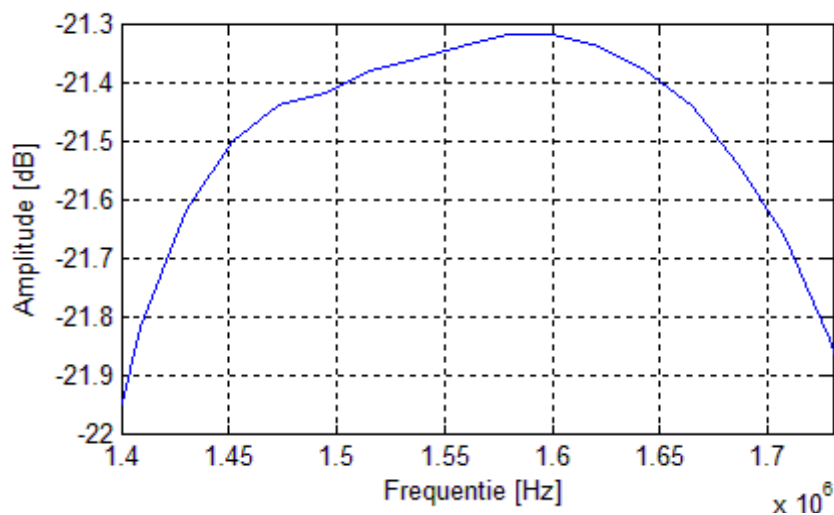
De doorlaatband stond scheef, waarschijnlijk doordat de kwaliteitsfactor van een van de spoelen te laag was. De rimpel van 0.5 dB werd wel nog gehaald, daarom werd beslist om verder te werken met de gevonden componenten.

Resultaten

Het laatste wat nog rest in de bespreking van de synthese zijn de resultaten van de uiteindelijk gebouwde filter. Deze worden weergegeven in afbeelding 31 en 32. Zoals men kan zien op afbeelding 32 ontstaat er links in de doorlaatband een attenuatie van 0.6 dB, rechts bedraagt de attenuatie 0.5 dB.



Afbeelding 31: Amplitudekarakteristiek van de gerealiseerde filter



Afbeelding 32: De gerealiseerd doorlaatband

De specificaties werden dus niet perfect gehaald. De reden hiervoor is dat bij de berekening van het filter werd gewerkt met een simulatie waarbij de laagste kwaliteitsfactor 33.3 bedroeg terwijl spoel L₁ een kwaliteitsfactor had die 30 bedroeg. Op het moment dat dit werd opgemerkt waren alle

andere componenten al opgemeten en gecorrigeerd tot ze de juiste kwaliteitsfactor van 33 hadden. In de simulatie werd de waarde van de serieweerstand bij spoel L_1 wel nog zodanig aangepast opdat deze spoel een kwaliteitsfactor van 30 zou hebben en de gesimuleerde filter viel nog net binnen het gabarit. Door andere kleine verschillen tussen simulatie en werkelijkheid werd het gabarit uiteindelijk toch niet gehaald. Het zou beter zijn geweest om de berekeningen opnieuw te doen met de lagere kwaliteitsfactor van L_1 maar omdat het opmeten en corrigeren van alle componenten buiten L_1 veel tijd in beslag had genomen en omdat het enthousiasme voor het werkelijke bouwen van de filter de bovenhand begon te krijgen werd er verder gewerkt met deze componenten.

Hierin ligt volgens de auteurs van dit verslag de fout. Bij een volgende synthese zal hier beter bij nagedacht worden waardoor deze fout zich niet meer zal voordoen en waardoor de opgelegde specificaties gehaald zullen worden.

Appendices

Appendix 1

De som van de weerstanden is enkel afhankelijk van de ligging van het polenpaar en C_2

$$R_1 + R_2 = \frac{C_1 \pm \sqrt{C_1^2 - 4Q^2 C_2 C_1}}{2Q\omega C_2 C_1} + \frac{2Q}{\omega(C_1 \pm \sqrt{C_1^2 - 4Q^2 C_2 C_1})}$$

$$R_1 + R_2 = \frac{\omega(C_1 \pm \sqrt{C_1^2 - 4Q^2 C_2 C_1})^2 + 4Q^2 \omega C_2 C_1}{2Q\omega^2 C_2 C_1 (C_1 \pm \sqrt{C_1^2 - 4Q^2 C_2 C_1})}$$

Uitwerking van de teller geeft

$$\omega(C_1 \pm \sqrt{C_1^2 - 4Q^2 C_2 C_1})^2 = \omega C_1^2 \pm 2\omega C_1 \sqrt{C_1^2 - 4Q^2 C_2 C_1} + \omega C_1^2 - \omega 4Q^2 C_2 C_1$$

Dus

$$\frac{\omega C_1^2 \pm 2\omega C_1 \sqrt{C_1^2 - 4Q^2 C_2 C_1} + \omega C_1^2}{2Q\omega^2 C_2 C_1 (C_1 \pm \sqrt{C_1^2 - 4Q^2 C_2 C_1})} = \frac{2\omega C_1 (C_1 \pm \sqrt{C_1^2 - 4Q^2 C_2 C_1})}{2Q\omega^2 C_2 C_1 (C_1 \pm \sqrt{C_1^2 - 4Q^2 C_2 C_1})} = \frac{1}{Q\omega C_2}$$

Appendix 2

Gevoeligheidsstudie van de Sallen en Key sectie.

$$S_{\omega}^{R_1} = \frac{R_1}{\omega} \frac{\partial \omega}{\partial R_1} = \frac{R_1}{\omega} \frac{\partial}{\partial R_1} \left(\frac{1}{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}} \right) = \frac{-1}{2 R_1 \sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}} = \frac{R_1}{\omega} \left(\frac{-\omega}{2 R_1} \right) = -\frac{1}{2}$$

$$\text{Analoog voor de } S_{\omega}^{R_2}, S_{\omega}^{C_1} \text{ en } S_{\omega}^{C_2} = -\frac{1}{2}$$

$$S_Q^{R_1} = \frac{R_1}{Q} \frac{\partial}{\partial R_1} \left[\frac{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}}{(R_1 + R_2) C_2} \right] = \frac{R_1 \sqrt{R_2 C_1 C_2}}{Q C_2} \frac{\partial}{\partial R_1} \left[\frac{\sqrt{R_1}}{(R_1 + R_2)} \right]$$

$$\frac{R_1 \sqrt{R_2 C_1 C_2}}{Q C_2} \left[\frac{1}{2\sqrt{R_1}(R_1 + R_2)} - \frac{\sqrt{R_1}}{(R_1 + R_2)^2} \right] = \left(\frac{1}{2} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right)$$

$$S_Q^{R_2} = \left(\frac{1}{2} + \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) \text{ berekening is analoog aan die voor } S_Q^{R_1}$$

$$S_Q^{C_1} = \frac{C_1}{Q} \frac{\partial}{\partial C_1} \left[\frac{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}}{(R_1 + R_2) C_2} \right] = \frac{C_1 \sqrt{R_1 R_2 C_2}}{Q(R_1 + R_2) C_2} \frac{\partial \sqrt{C_1}}{\partial C_1} = \frac{C_1 \sqrt{R_1 R_2 C_2}}{2Q(R_1 + R_2) C_2 \sqrt{C_1}} = \frac{1}{2}$$

$$S_Q^{C_2} = \frac{C_2}{Q} \frac{\partial}{\partial C_2} \left[\frac{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}}{(R_1 + R_2) C_2} \right] = \frac{C_2 \sqrt{R_1 R_2 C_1}}{Q(R_1 + R_2)} \frac{\partial}{\partial C_2} \left[\frac{\sqrt{C_2}}{C_2} \right] = \frac{-C_2 \sqrt{R_1 R_2 C_1}}{2Q(R_1 + R_2) C_2 \sqrt{C_2}} = -\frac{1}{2}$$

Appendix 3

Opstellen van de transferfunctie door gebruik te maken van de Butterworth benaderingsmethode voor een derde orde filter.

$$T(p) = \frac{-(p_1)(|p_0|^2)}{(p-p_1)(p^2-2\Re(p_0)p+|p_0|^2)}$$

$$p_0 = \overline{p_2} = \frac{j}{\varepsilon^{1/3}} e^{\frac{\pi}{6}j} = \frac{e^{(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6})j}}{\varepsilon^{1/3}} = \frac{1}{\varepsilon^{1/3}} \left(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + j \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \right) = \frac{1}{\varepsilon^{1/3}} \left(-\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \quad p_1 = \frac{-1}{\varepsilon^{1/3}}$$

$$T(p) = \frac{-\left(\frac{-1}{\varepsilon^{1/3}}\right)\left(\frac{1}{\varepsilon^{1/3}}\right)^2}{\left(p + \frac{1}{\varepsilon^{1/3}}\right)\left(p^2 + \frac{1}{\varepsilon^{1/3}}p + \left(\frac{1}{\varepsilon^{1/3}}\right)^2\right)} = \frac{\frac{1}{\varepsilon}}{p^3 + \frac{2}{\varepsilon^{1/3}}p^2 + \frac{2}{\varepsilon^{2/3}}p + \frac{1}{\varepsilon}}$$

Teller en noemer vermenigvuldigen met ε geeft tenslotte de gebruikte vorm van de transferfunctie

$$T(p) = \frac{1}{\varepsilon p^3 + 2\varepsilon^{2/3} p^2 + 2\varepsilon^{1/3} p + 1}$$

Bronnen

- R. Pintelon, *Netwerken en Filters Deel I: Analyse van netwerken*. VUB, 2005
- R. Pintelon, *Netwerken en Filters Deel II: Synthese van netwerken*. VUB, 2005
- N. Balabanian, *Network Synthesis*. Prentice-Hall, 1964.
- G. C. Temes, and J. W. LaPatra, *Introduction to circuit synthesis and design*. McGraw Hill, 1977
- M. Steer, *Microwave and RF Design: A Systems Approach*. SciTech Publishing, 2009